

Stephan Weiss

Erläuterungen zu meinem Modell einer Doppelrechenmaschine

Einführung

Das Modell

Die Bedienelemente

Rechenbeispiel Schnittpunkt zweier Geraden

Bildquellen

Einführung

Doppelrechenmaschinen, manchmal auch nur Doppelmaschinen genannt, sind mechanische Rechenmaschinen von besonderer Bauart. Ihre Besonderheit besteht darin, dass mit dem Drehen der Kurbel zwei voneinander unabhängige Maschinen angetrieben werden (Bild b1).



b1

Ergänzend soll nicht unerwähnt bleiben, dass man sogar Dreifachrechenmaschinen gebaut hat (Bild b2).



b2

Bleiben wir bei den Doppelrechenmaschinen. Hersteller waren die Firmen Grimme, Natalis u. Co. (Brunsviga), Thales, Triumphator und Odhner, die ihre Maschinen in Details unterschiedlich ausgestattet haben. Auf diese Varianten gehe ich hier nicht ein.

Der Vorteil dieser Bauart bestand darin, dass man mit zwei Maschinen gleichzeitig rechnen und damit auch komplexere Aufgaben als mit nur einer Maschine lösen kann. Sie wurden deshalb häufig auch für vermessungstechnische Aufgaben eingesetzt. Heute gilt dieser Vorteil natürlich nicht mehr, weil völlig andere Rechenmaschinen oder Systeme zur Datenverarbeitung zur Verfügung stehen.

Wer sich näher mit diesem Zweig historischer Rechentechnik befassen will, dem empfehle ich das Buch

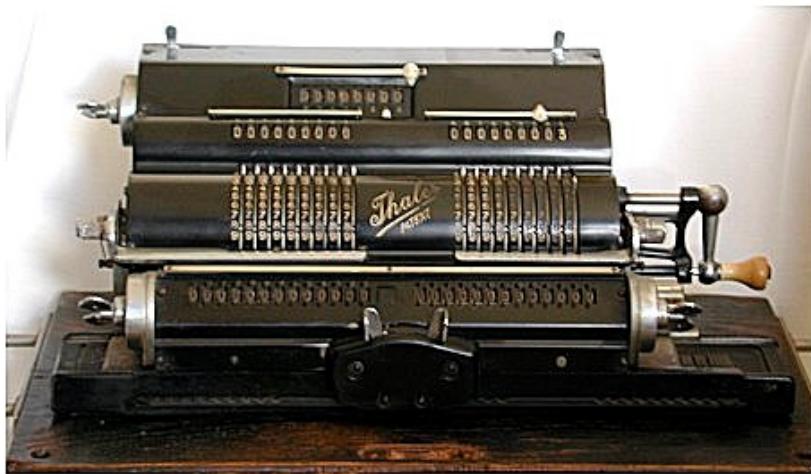
Wittke, H.: Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik. Berlin, 1943

Der Autor zeigt darin anhand zahlreicher ausgeführter Beispiele, welche Aufgaben man mit Einfach- und mit Doppelrechenmaschinen lösen kann und wie dabei vorzugehen ist.

Heute sind Doppelrechenmaschinen gesuchte Sammlerstücke und nicht jeder der sie ausprobieren möchte hat auch eine Gelegenheit dazu. Deshalb habe ich das Modell einer Doppelrechenmaschine programmiert und eine vollständige Beispielrechnung beigefügt. Ich gebe zu, dass Spass am Programmieren ebenfalls ein Beweggrund war.

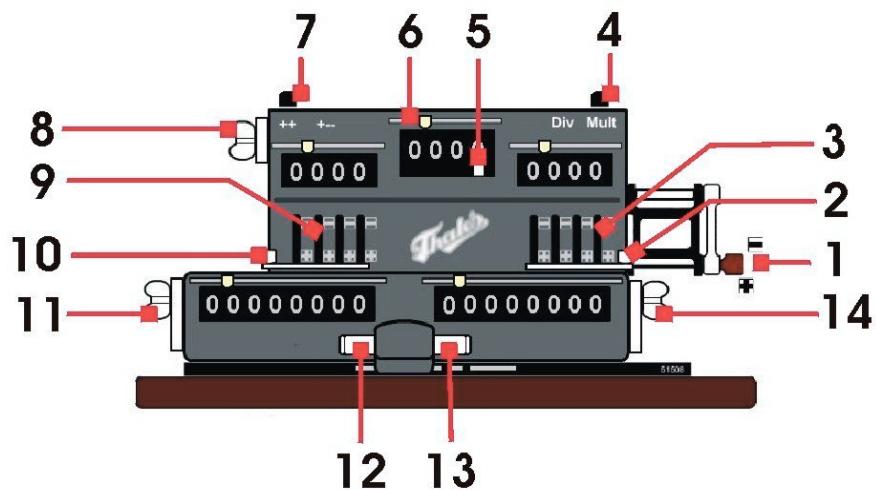
Das Modell

Das Modell ist für Macromedia Flash[®] Player 6 programmiert. Als Vorlage diente mir eine Doppelrechenmaschine Thales-Geo (Bild b3). Bei der Umsetzung vom Original zum Modell stellte sich schnell heraus, dass Einschränkungen in Kauf genommen werden mussten. Wenn man nämlich die Maschine in ihrer richtigen Grösse (37 x 16 cm) zeichnet dann passt sie auf keinen normalen Bildschirm. Das Verkleinern hätte den Nachteil, dass die Zahlen in der Ein- und Ausgabe schlecht lesbar werden. Ich habe daher in Abweichung vom Original die Stellenzahl verringert und die Art der Einstellung der Zahlen verändert. Beide Veränderungen beeinträchtigen nicht das Verständnis der Funktion, man kann trotzdem mit dem Modell wie mit einer echten Maschine rechnen. Zudem nehme ich nicht an, dass jemand mit dem Modell eine Berechnung ausführen will, deren Ergebnis auf zehn oder mehr Stellen genau sein muss.



b3

Die Bedienelemente



b4

Bild b4 zeigt die Bedienelemente des Maschinenmodells. Alle Bedienelemente werden durch anklicken mit der Maus betätigt. Im einzelnen sind dies

- (1) Die Kurbel. Die Marken [+] und [-] geben die Drehrichtung der Kurbel vor.

- (2) Die Löschvorrichtung für das rechte Einstellwerk. Sie schiebt alle Einstellhebel nach oben zu Null hin zurück.
- (3) Das Einstellwerk der rechten Maschine. Es dient zur Eingabe von Zahlen. Die Eingabe erfolgt an der originalen Maschine durch Verschieben kleiner Hebel in langen Schlitten. Diese Bewegung ist hier durch Marken [+] und [-] ersetzt. Die eingestellte Zahl wird über dem Einstellwerk angezeigt.
- (4) Der Umsteller Multiplikation / Division. In der Stellung ‘Mult’ werden im Umdrehungszählwerk alle positiven Kurbeldrehungen aufaddiert, in der Stellung ‘Div’ werden dort alle negativen Kurbeldrehungen addiert.
- (5) Der Stellenzeiger im Umdrehungszählwerk. Er zeigt in welcher Stellung des Wagens die Kurbeldrehungen gezählt werden.
- (6) Eine Kommaleiste. Sie trägt den Kommaschieber, der hilft, sich die Stellung des Kommas in den jeweiligen Ziffernanzeigen zu merken. An der Maschine sind fünf Kommaleisten vorhanden
- (7) Der Umsteller gleichläufig / gegenläufig. In der Stellung gleichläufig (++) dreht sich die linke Maschine im gleichen Drehsinn wie die rechte Maschine, in der Stellung gegenläufig (+-) dreht sie sich entgegen dem Drehsinn der rechten Maschine.
- (8) Die Löschvorrichtung für das Umdrehungszählwerk.
- (9) Das Einstellwerk der linken Maschine.
- (10) Die Löschvorrichtung für das Einstellwerk der linken Maschine.
- (11) Die Löschvorrichtung für das Resultatwerk der linken Maschine (das Resultatwerk ist unmittelbar rechts daneben).
- (12) Der Schieber für die Wagenbewegung nach rechts.
- (13) Der Schieber für die Wagenbewegung nach links.
- (14) Die Löschvorrichtung für das Resultatwerk der rechten Maschine.

Wartungsarbeiten und Reparaturen an der Maschine lassen Sie am besten in einer Fachwerkstatt ausführen.

Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben werden im Internet vorgeführt und Bedienungsanleitungen für einfache Maschinen sind dort ebenfalls veröffentlicht, sodass ich diese Art von Rechnungen übergehe.

Rechenbeispiel Schnittpunkt zweier Geraden

Ein schönes Beispiel für die Verwendung einer Doppelrechenmaschine ist die Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden, die ich im folgenden vorfüre. Vorab etwas Theorie, denn ganz ohne Mathematik kommen wir nicht aus:

Gegeben sind zwei Geraden g_L und g_R in der Normalform

$$y = k * x + d$$

Zur Erinnerung:

$$k = \tan(\alpha) = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

$$d = f(0)$$

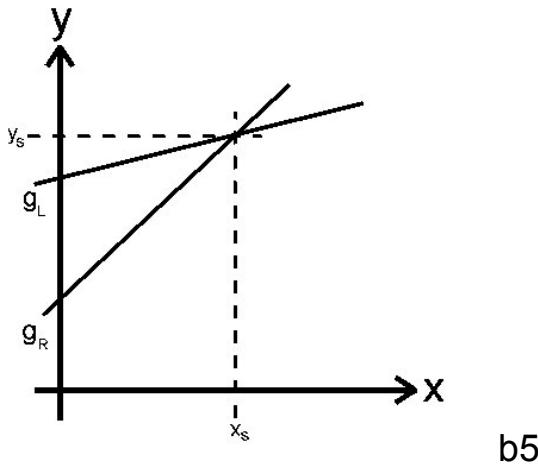
k ist der Tangens des Steigungswinkels der Geraden bzw. der Differenzenquotient zweier Punkte auf der Geraden und d ist der Funktionswert für $x = 0$.

Die Indices der Geraden g_L und g_R bedeuten links und rechts, weil eine Gerade auf der linken, die andere auf der rechten Maschine abgearbeitet wird.

Die vorgegebenen Parameter sind

$$\begin{aligned} \text{für } g_L: \quad k_L &= 1,2; \quad d_L = 4,932 \\ \text{für } g_R: \quad k_R &= 1,6; \quad d_R = 4,076 \end{aligned}$$

Mit diesen Werten ist sichergestellt, dass der gesuchte Schnittpunkt (x_s, y_s) im ersten Quadranten liegt (Bild b5). Andernfalls müssten wir noch Vorzeichen berücksichtigen und das wäre hier doch zu viel.



Die Vorgehensweise bei der Lösung der Aufgabe ist folgende:

Wir beginnen bei $x = 0$ und nähern uns mit wachsendem x dem Schnittpunkt von links. Links vom Schnittpunkt liegen wir immer dann wenn $g_L(x) > g_R(x)$. Bei der Annäherung an den Schnittpunkt mit immer kleinerer Schrittweite Δx erreichen wir irgendwann den Schnittpunkt $g_L(x_s) = g_R(x_s)$ genau oder zumindest in guter Annäherung. Wichtig ist, dass wir immer links vom Schnittpunkt bleiben, denn rechts davon gibt es mit zunehmendem x keinen Schnittpunkt, wir würden also vergeblich weiterrechnen.

g_L wird auf der linken Maschine, g_R auf der rechten Maschine bearbeitet. Auf die Maschine umgesetzt heisst das, dass wir zunächst d in das Resultatwerk und k in das Einstellwerk bringen. Jede Kurbeldrehung addiert k zum Resultatwerk und die Anzahl der Kurbeldrehungen entsprechen unter Berücksichtigung des Stellenwertes der x -Koordinate. In den Resultatwerken können wir nach jeder Operation die Funktionswerte $g(x)$ ablesen und vergleichen.

Zur Vereinfachung der Erklärungen nenne ich
das Einstellwerk **EW**,
das Umdrehungszählwerk **UZW**,
und das Resultatwerk **RW**.

Als erstes stellen wir die Maschine für eine neue Rechnung auf Null und verschieben den Wagen ganz nach rechts damit möglichst viele Stellen im Ergebnis zur Verfügung stehen.

Die Umsteller stehen auf ‘Mult’ weil wir multiplizieren wollen und auf gleichläufig (++) weil wir in beiden Maschinen den gleichen Ablauf benötigen.

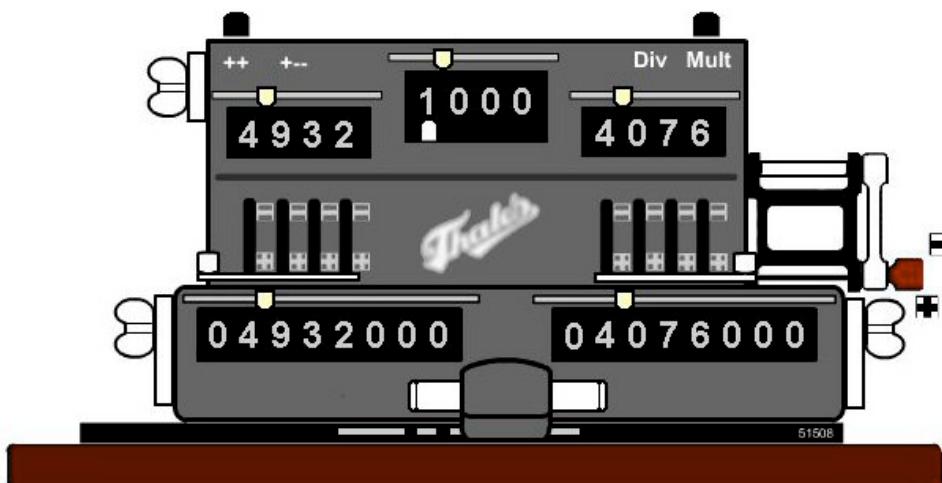
Als nächstes müssen wir d in das RW bringen. Dazu geben wir die Werte von d in den EW ein (Bild r01).



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

r01

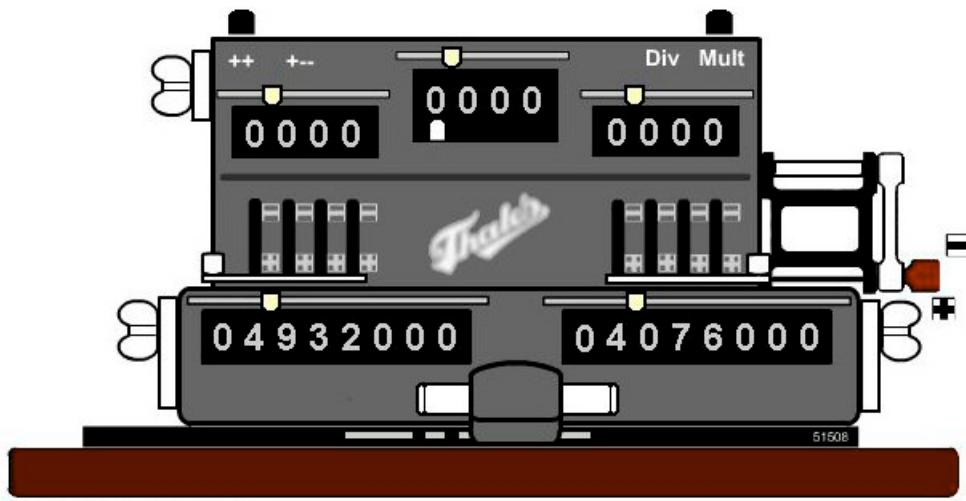
Mit einer positiven Kurbeldrehung bringen wir die Zahlen in die RW (Bild r02):



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

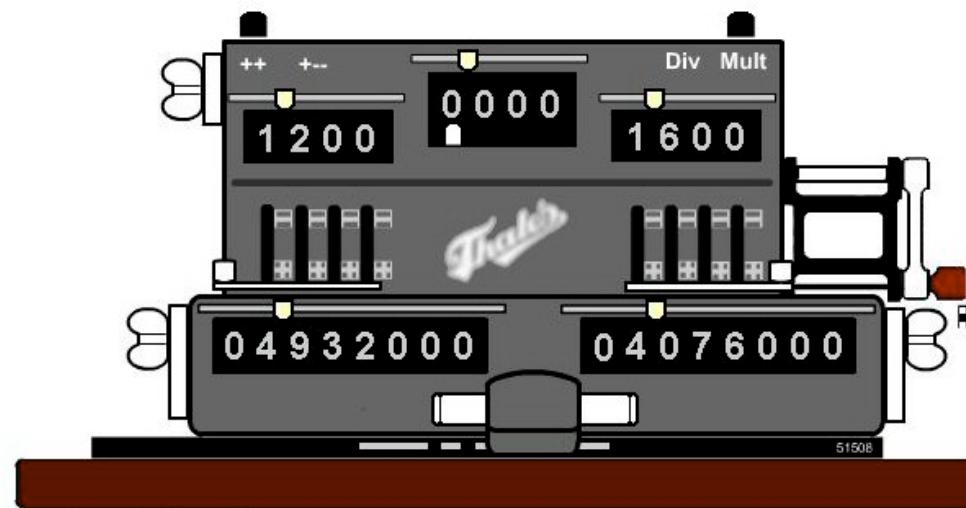
r02

Die Kommaschieber werden entsprechend gestellt.
Die Zahl im UZW brauchen wir nicht mehr, sie wird gelöscht um das Ergebnis später nicht zu verfälschen. Ebenso löschen wir die EW (Bild r03).



r03

Jetzt werden die Werte von k in den EW eingestellt. Dabei ist auf zu achten, dass die Kommas der Zahlen in EW und RW genau übereinander stehen (Bild r04).



r04

Nach einer positiven Kurbeldrehung lesen wir in den RW die y-Werte beider Geraden für $x = 1$ (Bild r05).



r05

Mit einer weiteren Kurbeldrehung versuchen wir $x = 2$ (Bild r06).



r06

Dieser Schritt ist auch noch zulässig, weil $g_L(2) > g_R(2)$.

Versuchen wir $x = 3$ (Bild r07):



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

r07

Das war zuviel, denn jetzt ist $g_L(3) < g_R(3)$. Die x-Koordinate des gesuchten Schnittpunktes liegt demnach zwischen 2 und 3.

Wir kehren mit einer negativen Kurbeldrehung zum vorherigen Zustand zurück und verschieben den Wagen um eine Stelle nach links, um von $x = 2$ aus die Schrittweite mit Zehnteln zu erhöhen (Bild r08).



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

r08

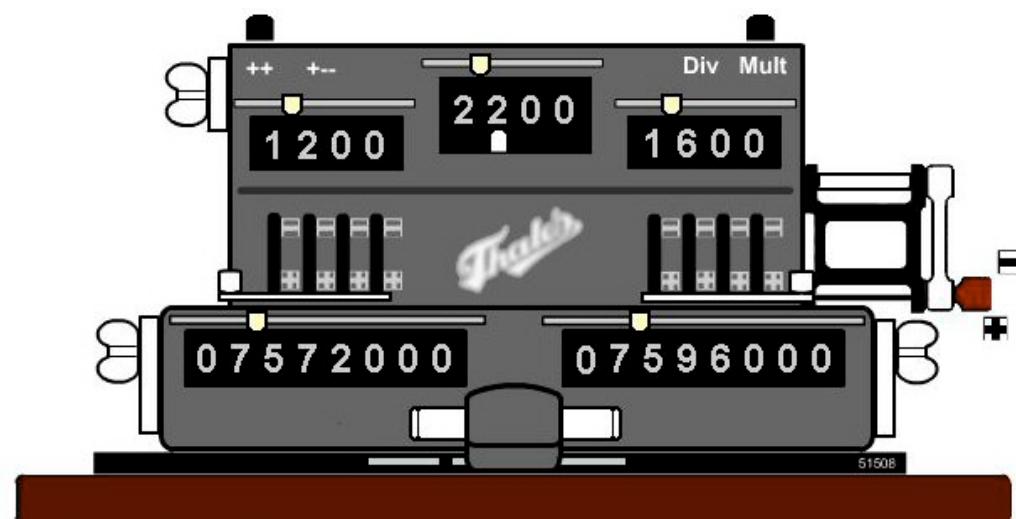
Eine positive Kurbeldrehung bringt $x = 2,1$ (Bild r09):



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

r09

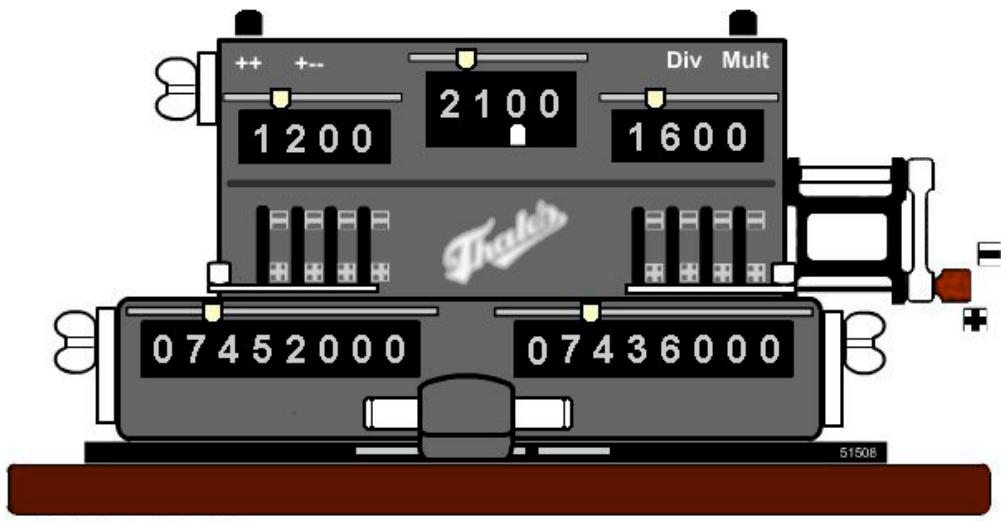
und $x = 2,2$ (Bild r10):



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

r10

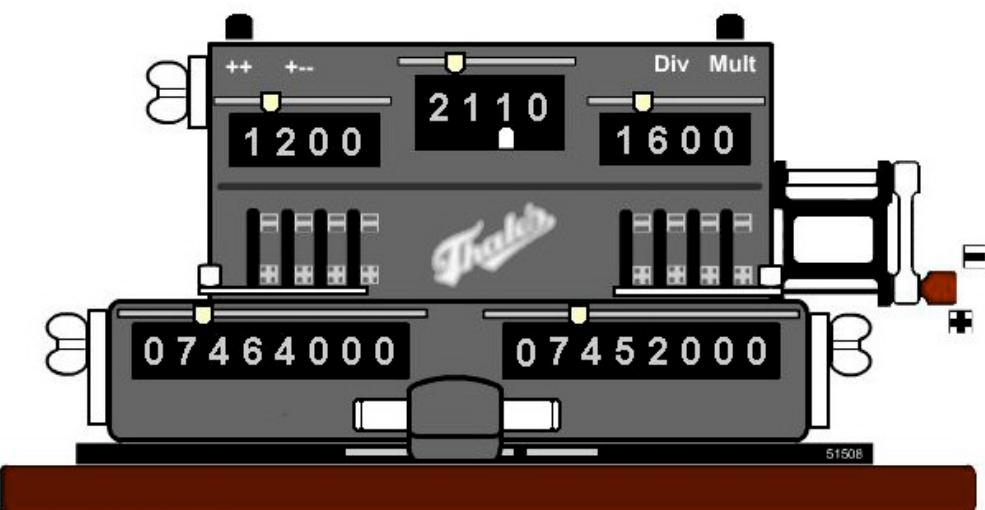
Das war zuviel. Wir korrigieren wieder mit einer negativen Kurbeldrehung und schieben den Wagen noch eine Stelle nach links (Bild r11):



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

r11

Eine weitere Kurbeldrehung bringt $x = 2,11$ (Bild r12):



v. 1.0 (C) Stephan Weiss 2004

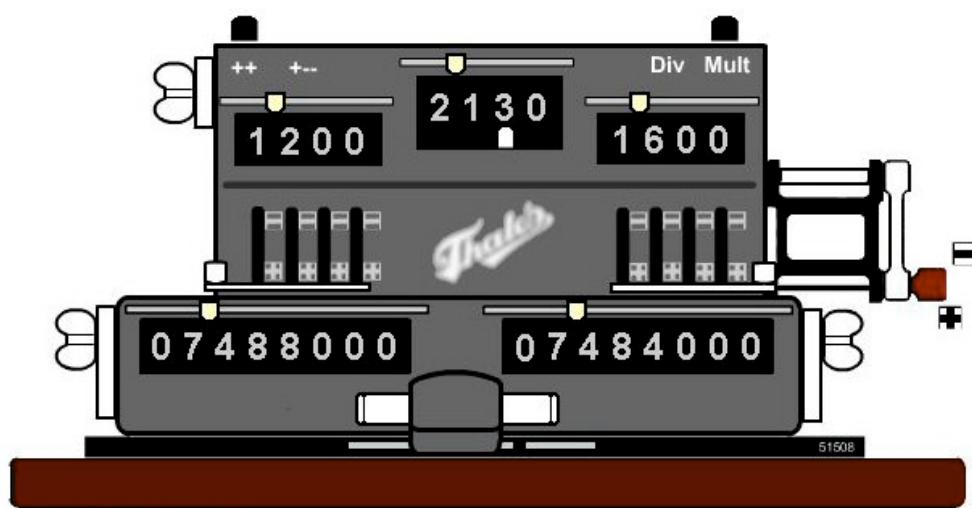
r12

und $x = 2,12$ (Bild r13):



r13

und $x = 2,13$ (Bild r14):



r14

und $x = 2,14$ (Bild r15):



r15

Nun sind wir fertig, denn es ist $g_L(2,14) = g_R(2,14) = 7,5$.

Der gesuchte Schnittpunkt liegt bei $(2,14, 7,5)$.

Es gibt mit Sicherheit noch andere Wege und Rechenverfahren, aber ich meine, dass das ausgeführte Beispiel eindrucksvoll den Gebrauch einer Doppelrechenmaschine verdeutlichen kann.

Bildquellen:

b1, b2 aus <http://www.rechnerlexikon.de>

b3 Foto vom Verfasser

b4, b5, vom Verfasser erstellt
r01 - r15

Copyright Stephan Weiss 07-2004, 05-2005