Die Multipliziertafel im Calculus des Victorius und ihre späteren Varianten

Stephan Weiss

Der Calculus des Victorius ist eine Handschrift aus dem Frühmittelalter und beinhaltet eine Sammlung von Anleitungen zum Rechnen ebenso wie von Rechenhilfen für Zahlen, Brüche und mit Mass- und Gewichtseinheiten aus spätrömischer Zeit. Deshalb werden nur römische Zahlzeichen verwendet. Der Calculus ist in 20 Abschnitte unterteilt, sie sind bei Kinkelin 1868 basierend auf der Baseler Handschrift sowie bei Peden 2003 detailliert beschrieben. Den Anfang macht darin eine kurze Einführung, gefolgt von einer umfangreichen Multipliziertafel, auf die noch näher eingegangen wird. Es folgen Additions- und Subtraktionstafeln, Quadrattafeln und Rechenhilfen für den Umgang mit Brüchen sowie Erläuterungen zu Mass- und Gewichtseinheiten. Man muss annehmen, dass das Werk als Lehr- oder Arbeitshilfe diente, wenngleich die Fehlerhäufigkeit darin diesem Ziel wenig dienlich ist.

Der Calculus wurde in den folgenden Jahrhunderten mehrfach abgeschrieben und dabei auch verändert.

11/12	111
5/6	555
3/4	Street
2/3	8
7/12	in Cont.
1/2	2 100
5/12	11
1/3	31
1/4	Trans
1/6	4
1/8	Liller
1/12	÷
1/24	2000
1/36	T
1/48	7
1/72	L
1/144	+
1/288	47
	The state of the s

Über den Autor ist wenig bekannt. Victorius von Aquitanien (lat. Victori(n)us Aquitan(ic)us) lebte Mitte des 5. Jahrhunderts. Er war Kleriker, Kirchenschriftsteller und Mathematiker und verfasste 457 neben dem Calculus im Auftrag des römischen Erzdiakons und späteren Papstes Hilarius auch ein Werk über die Berechnung des Ostertermins (*Cursus paschalis*). Die Bestimmung des Ostertermins – am ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond nach Frühlingsanfang – war über Jahrhunderte hinweg ein besonderes astronomisch- mathematisches Problem.

Der Aufbau römischer Ganzzahlen wird im Folgenden als bekannt vorausgesetzt. Da der Calculus zudem auch römische Bruchzahlen verwendet soll auf diese näher eingegangen werden.

Die römischen Bruchzahlen basieren auf einer fortlaufenden Zwölfer-Teilung. Enthalten ist auch ein Achtel, das aus der Zwölfer-Teilung nicht hervorgeht. Die Bruchzahlen stellen jede für sich eine Einheit dar, weil ihr Zahlenwert vorgegeben ist und sie eigene Zahlzeichen und individuelle

Namen tragen.¹ Die obenstehende Liste der Zahlzeichen ist aus der Handschrift Köln Cod. 83-II (s. Anhang) entnommen. Eine weitere Liste von Zuordnungen der Bruchteile zu den Zahlzeichen ist im Anhang in der Handschrift Staatsbibliothek Bamberg, Msc. Class.53, fol. 3v eingetragen. Diese Teilungen hatten auch einen Einfluss auf die Bruchteile in einem römischen Handabakus. Im Laufe der Zeit veränderten sich die spezifischen Zahlzeichen.² Der Vergleich der Zeichen oben mit den Zeichen in der später angefertigten Handschrift Staatsbibliothek Bamberg Victorius Aquitanus, Calculus, Msc.Class.53, fol. 3v (s. Anhang) zeigt den Unterschied deutlich.

Andere Bruchzahlen als die vorgegebenen werden, soweit möglich, als Kompositum, d.h. als Summe der vorhandenen Brüche dargestellt, wie z.B.

```
1/9 = 1/12 + 1/36 oder 4 \times 1/72 = 1/24 + 1/72.
```

Diese Darstellung als Summe tritt in den Tabellenwerken sehr häufig auf. Eine Summe wird, wie bei den römischen Ganzzahlen üblich, mittels Aneinanderreihung der Summanden, nach der Grösse geordnet, ohne ein Operationszeichen dazwischen geschrieben.

Der Bruch 1/7 geht aus einer Zwölfer-Teilung nicht hervor und ist auch als Summe der vorgegebenen Brüche nicht darstellbar, er tritt deshalb nicht auf.

Als älteste und originale Fassung des Calculus gilt die Handschrift Köln Cod. 83-II, geschrieben zwischen 798 und 805. Die Multipliziertafel darin ist sehr umfangreich und umfasst fünf Seiten. Die Produkte sind im Rechteck angeordnet mit ihren ersten und zweiten Produktfaktoren an den Rändern. Letztere sind wie folgt angeordnet:

Auf jeder Seite stehen am linken Rand senkrecht von unten nach oben die ersten Faktoren 1/288... 11/12, 1, 1 (1) 10 (10) 100 (100) 1000 und in den beiden Zeilen 1 in der Mitte der Anordnung waagerecht die zweiten Faktoren

fol. 70r:	2	3	4	5	6	7	8	9
fol. 70v:	10	11	12	13	14	15	16	17
fol. 71r:	18	19	20	28	30	40	50	59
fol. 71v:	60	70	80	90	100	200	300	400
fol. 72r:	500	600	700	800	900	1000		

In dieser Anordnung sind 1710 Produktzahlen enthalten.

Ergänzend zu den Faktoren sind deren entsprechende griechische Buchstabenzahlen als Marginalien beigefügt.

Nach dem Aufsuchen der beiden Produktfaktoren in der linken Spalte und in der Mitte in der Zeile 1 findet man deren Produkt im Schnittpunkt ihrer Zeile bzw. Spalte. Auf dem umgekehrten Weg lässt sich die Tafel auch als Divisionstafel verwenden.

Die senkrechten Produktfaktoren links und die untere Zeile der beiden waagerechten sind in roter Farbe hervorgehoben. Die Tafel enthält auf fol. 71r zusätzlich die Faktoren 28 und 59. Es sind dies Werte, die bei der Berechnung des Osterdatums, dem sog. Computus, notwendig werden. Im Anhang ist ein Ausschnitt der Tafel abgebildet.

Bei Bergmann 2020 wird der ursprüngliche Calculus des Victorius eingehend beschrieben. Die zugehörige Beilage enthält Bilder aller Seiten des Originals sowie Transkriptionen der Tafel zeichengenau und in mathematischer Schreibweise. Zeichengenau bedeutet, dass die Zahlen und Bruchteile so wiedergegeben sind wie in der Tafel geschrieben, etwa

 $11 \times 1/144 = 1/24 + 1/36 + 1/144$

¹ Christ 1863, S.110, Peden 2003, S. 140.

² Bergmann 2020, S. 19.

während die mathematische Schreibweise den Wert in moderner Darstellung 11/144 zeigt. Ergänzend sind in den Transkriptionen 75 falsche Werte in der Tafel farblich unterlegt, sie treten überwiegend in Ergebnissen mit Brüchen auf. Es handelt sich dabei um Abschreibfehler, was auf eine noch ältere Vorlage schliessen lässt.³

Friedlein 1871 zählt weitere und nicht wenige Fehler in den späteren Abschriften auf und bezweifelt daher den Nutzen der Tafel als Hilfe bei Berechnungen.⁴ Darüber hinaus weist er nach, dass die Schreiber an manchen Stellen die Darstellung der Ergebnisse verändert haben.

In Verbindung mit dem Calculus werden häufig der Kommentar und die Bearbeitung durch Abbo von Fleury genannt. Abbo von Fleury, lat. Abbo Floriacensis (940 oder 945 - 1004) war neben Gerbert von Aurillac der bedeutendste Mathematiker des europäischen 10. Jahrhunderts. Abbo zeigt in seinem Kommentar Kenntnisse des Stoffes, geht aber nur am Rande auf das Rechnen mit Zahlen ein, vielmehr sind für ihn die Zahlentafeln Ausgangspunkt für philosophische Betrachtungen der Zahlen an sich und für das Verständnis des Aufbaus der Welt und somit Gottes Schöpfung.⁵

Spätere Fassungen des Calculus erhalten markante Veränderungen im Aufbau. An Stelle einer Anordnung im Rechteck sind die Produkte in mehreren senkrechten Kolonnen angeordnet. Jede Kolonne gilt nur für einen zweiten Produktfaktor und sie trägt in einer senkrechten Spalte die ersten Faktoren 1/144... 11/12, 1, 1 (1) 10 (10) 100 (100) 1000, daneben die Produkte mit dem zweiten Faktor, für den sie geschrieben ist. Verglichen mit dem frühen Calculus ist der Wertebereich der zweiten Faktoren auf 1 (1) 50 oder sogar nur auf 1 (1) 16 reduziert.

Auszüge des Calculus waren noch im 15. Jahrhundert in Umlauf.⁶ Ihr Verschwinden kann mit der Vielzahl von Fehlern darin und/oder mit dem Aufkommen der neuen indisch-arabischen Zahlzeichen begründet werden.

Im Folgenden werden ausgewählte Beispiele für diese Anordnung mit ihren Quellen beschrieben, die Multipliziertafeln der genannten Quellen sind auch im Anhang abgebildet. Sofern nicht extra erwähnt umfassen die ersten Faktoren, senkrecht angeordnet, den Wertebereich 1/144... 11/12, 1, 1 (1) 10 (10) 100 (100) 1000.

Köln, Erzbischöfliche Diözesan- und Dombibliothek

Kompendium der Zeitrechnung, Naturlehre und Himmelskunde, Cod. 83-II, fol. 70r - 72r Entstehungszeit 798 und 805,

URL https://digital.dombibliothek-koeln.de/hs/content/zoom/168660 Die Tafel wurde bereits oben beschrieben.

Bürgerbibliothek Bern

Cod. 250 Victorius Aquitanus: Calculus; Abbo Floriacensis: Computus,

Entstehungszeit: ca. 836 – ca. 1000

URL https://katalog.burgerbib.ch/detail.aspx?ID=129331

Jede Seite trägt 5 Kolonnen mit den Faktoren

2, 3, 4, 5, 6 (fol. 2r),

7, 8, 9, 10, 11 (fol. 2v),

³ Bergmann 2020, S. 10.

⁴ Friedlein 1871, S. 49f.

⁵ Engelen 1993, S. 13f.

⁶ Peden 2003, S. xli.

```
12, 13, 14, 15, 16 (fol. 3r),
```

... usw. bis

47, 48, 49, 50 (fol. 6v). Hier hat der Schreiber in Kolonne 49 in der Spalte der Vielfachen eine Zahl ausgelassen, diese nachträglich eingefügt und die falschen Zuordnungen dann mit Strichen korrigiert.

Universitätsbibliothek Basel

Victorius Aquitanius Calculus cum additamentus • Carmen de ponderibus et mensuris, fol. 1va – 6v, Sign. 0 II 3.

Entstehungszeit: 9. Jh., 2. Viertel, Ergänzungen 10. Jh., 2. Hälfte u. 10.-11. Jh.

URL http://www.e-codices.unifr.ch/de/description/ubb/O-II-0003/Staub

Die Anordnung ist identisch mit der in Cod. 250 Bürgerbibliothek Bern.

Jede Seite trägt 5 Kolonnen mit den Faktoren

```
2, 3, 4, 5, 6 (fol. 2r), 7, 8, 9, 10, 11 (fol. 2v), 12, 13, 14, 15, 16 (fol. 3r), ... usw. bis 47, 48, 49, 50 (fol. 6v).
```

Staatsbibliothek Berlin

Varia scripta arithmetica et chronologica : Ms. Phill. 1833, 0900

Calculus, fol. 1V ff

Entstehungszeit: 10. Jhd.

URL https://digital.staatsbibliothek-berlin.de/werkansicht/?PPN=PPN83017379X Jede Seite trägt 5 Kolonnen mit den Faktoren

2, 3, 4, 5, 6 (S. 10), nur hier sind auch die Zahlwörter der Vielfachen *dupli*, *tripli*, *quadrupli*, *quincupli* und *siscupli* eingetragen

7, 8, 9, 10, 11 (S. 11),

12, 13, 14, 15, 16 (S. 12). Hier ist die Tafel nicht mehr vollständig ausgefüllt.

Bibliotheca Apostolica Vaticana Digivatlib

reg.lat. 1569, fol. 1r - 19r

Entstehungszeit 800 - 1100

URL https://digi.vatlib.it/view/MSS_Reg.lat.1569

Die Vielfachen eines Faktors sind auf zwei Kolonnen aufgeteilt, nämlich eine Kolonne für die ersten Faktoren 1/144... 11/12, 1 (1) 5 und eine zweite Kolonne für die ersten Faktoren 6 (1) 10 (10) 100 (100) 1000.

Jede Seite trägt Kolonnen für 2 Faktoren in der Aufteilung

```
2, 3, (fol. 2v),
4, 5, (fol. 3r),
6, 7, (fol. 3v),
... usw. bis
48, 49, (fol.14r),
50 (fol. 14v).
```

Ab fol. 67v folgen nochmals Tabellen mit den 2- bis 30-fachen ganzer Zahlen, sie sollen die Division vereinfachen.

Staatsbibliothek Bamberg

Victorius Aquitanus, Calculus. Abbo von Fleury, Commentarius in calculum Victorii

Msc.Class.53, S. (8) - (12)

Entstehungszeit: Anfang 11. Jhd.

URL https://www.digitale-sammlungen.de/de/details/bsb00140759

Die Produktfaktoren der Brüche und ihre Vielfachen sind hier, wahrscheinlich aus Platzgründen, zwischen die Spalten der Ganzzahlen eingeschoben. In Kolonne 11 wurden vom Verfasser die Produktfaktoren ergänzt.

Jede Seite trägt 3 Kolonnen mit den Faktoren

2, 3, 4 (fol. 2r),

5, 6, 7 (fol. 2v),

8, 9, 10 (fol. 3r),

11, 12, 13 (fol. 3v),

14, 15, 16 (fol. 4r).

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Sammelhandschrift - Cod. Karlsruhe 504

Entstehungszeit 11./12. Jhd.

URL https://digital.blb-karlsruhe.de/blbhs/content/structure/1161183

Hier findet man nur eine Seite (S. 179) mit 4 Kolonnen für das Zwei- bis Fünffache.

Anschliessend folgen auf zwei Seiten Multipliziertafeln für ganze Zahlen mit Brüchen.

Die Bruchzahlen erstrecken sich von links nach rechts über

11/12 5/6 3/4 2/3 7/12 1/2 5/12 1/3 1/4 1/6 1/8 1/12,

und die ganzen Zahlen, von oben nach unten über

1 (1) 10 (10) 90 (S. 180, s. Anhang) und

100 (100) 1000 (1000) 9000 (S. 181).

Sonstige Multipliziertafeln

Neben der grossen Multipliziertafel enthalten die Ausgaben des Calculus noch weitere Rechentafeln, darunter für Multiplikationen mit besonderen Faktoren angepasste Tafeln. Beispielhaft sollen hierfür Tafeln aus der Handschrift Universitätsbibliothek Basel gezeigt werden. Falsche Ergebnisse sind in den Transkriptionen rot markiert.

Multiplikation mit 1/12 (fol. 07r, Ausschnitt)



```
1 1/12 1/12
2 1/12 1/6
3 1/12 1/4
...

12 1/12 1
```

Tafel der Quadrate (fol. 08rv, Ausschnitt)

1		
I www	Infe	17
11 933563	Infe	1111
111	Inse	VIIII
1111	In se	XVI
V	In Vie	XXV
V1.	Infe	XXXVI
(VI)	Infe	xLvnn
Viii	nse	Lxm
Viiij	nre	Lxxxi
×	nfe	c

```
1 mit sich 2
2 mit sich 4
3 mit sich 9
...
50 mit sich 2500
```

Quadrate gemischter Zahlen (fol. 08v, Ausschnitt)

S. North Co.		
1.7	NE	1740
15	Infe	11 7
1 56	Infe	111 7-3
11 1000000	Infe	1111 /
116	Infe	v60
in Convilore	nie	VI
nige water	Inte	VIISED
		47

1 1/4	mit sich	1 1/4 7/12 1/48
1 1/2	mit sich	2 1/4
1 3/4	mit sich	3 1/4 1/48
2	mit sich	4
2 1/4	mit sich	5 7/12 1/48
2 1/2	mit sich	5 1/4
2 3/4	mit sich	7 1/2 7/12 1/48
•••		
14	mit sich	196

Der Rest der Tabelle wurde nicht geprüft.

Gedruckte Ausgaben des Calculus

Erstmals gedruckt wiedergegeben wird der lateinische Text des ersten Calculus bei Migne Patrologia Latina 1850 ab Sp. 677 einschliesslich der zugehörigen Tafeln (s. Anhang).

Friedlein 1871 vergleicht und kommentiert 3 Handschriften, der lateinische Text einschliesslich der Tabellen mal 2 bis 50 sind beigefügt.

Friedlein 1872 gibt den lateinischen Text einer Vatikan-Ausgabe und vergleicht 7 Handschriften, die Tabellen mal 2 bis 50 sind auch hier vorhanden.

Literatur

Bergmann, Werner: Bruchrechnen im Mittelalter: Der ursprüngliche Calculus des Victorius von Aquitanien und die Kreisberechnung in der römischen Antike und im Mittelalter. 2020.

Christ, Wilhelm: Über das Argumentum calculandi des Victorius und dessen Commentar. Sitzungsberichte der Bayer. Akademie der Wissenschaften 1863, I, S. 100 – 152.

Engelen, Eva-Maria: Zeit, Zahl und Bild. Studien zur Verbindung von Philosophie und Wissenschaft bei Abbo von Fleury. 1993.

Friedlein, Gottfried: Der Calculus des Victorius. 1871. Zeitschr. f. Mathematik u. Physik XVI, 1. S. 42 – 79.

Friedlein, Gottfried: Victorii Calculus ex Codice Vaticano editus. 1872.

Kinkelin, Hermann: Der Calculus Victorii. 1868.

Migne, Jacques-Paul: Patrologia Latina, Bd. 90, 1850.

Peden, Alison M.: Abbo of Fleury and Ramsay - Commentary on the Calculus of Victorious of Aquitaine. 2003.

© Stephan Weiss 2023

Abbildungen

Köln, Cod. 83-II fol. 70r, Ausschnitt links

AT THE REST OF			- +-	27	_ + _	4
	TT	A III	mië	VS	VIZ	VIIH
X deece	Tocce	Tioce	nioc	hiro	Vecce	Vicce
wocce	Toc	necce	nice	bil	mrocce	CONTRACTOR OF THE PARTY OF THE
THE RESERVE TO SELECT THE PARTY OF THE PARTY	icece	iic	Trocce	hio	CONTRACTOR OF STREET	TO A STREET OF THE PARTY.
4 occ.	PER HITCHISTORY			ni	hilce	miocce
x oc	icc	Toccc	necce	111	hioc	mlcc
00	ī	10	n	iro	in	nio
y cccc	Dece	ice	ioc	11	necce	Hocce
+ ccc	oc	Occce	Tee	To	Tocce	ne
c cc	ccce	TOC.	Tocce	ī	1cc	iccce.
PC	cc	cec	ccce	0	TOC .	oce
9 500	class	celx	ceelx	cccc L	Lxo	DONKK
LNNN	clx	cext	cccxx	ccce	cecelpar	
o LNN	cel.	cex		cccl.	CCCCNX	
	CHE	class	cext.	ccc	ccclx	
13 L.N	c	cl,	cc	ccl	ccc	THE RESERVE AND ADDRESS OF THE PARTY OF THE
ML		CNN	clx	cc	cext	
MNL	Lexe			cl	cLxxx	CCX
ANN	L×	Lx Lx	CXX		CNX	cxl
KNN	×L		LENN	Ĺ		
i ×	XX	XXX	xL		Lx	Lxx
-o-VIIII	200hi	MYII	NXXXI	xlv	Lmi	Lxm
HAMI	WI	exmi	XXXII	xL	xLynn	Lyı
ZVII	Xml	XXI	xxviii.	XXXX	xln	KLynn
SVI	×II	NVIII	XXIIII	XXX	XXXXI-	xl,11
6 🔻	×	tov	XX .	XXV	xxx	YXXX
Abil	VIII	NII	ANI	xx	%%bil	MANIE
гии	VI	Vini	xn	W	Will	2001
B 11	nul	VI	ym	x	XII.	Shu
ATB	nr	111 1	nu G	VS	VIZ	VII H
&						
AIB	H T	111 🛕	1111 E	VS	VIZ	VII H
				SECTION OF THE PARTY OF THE PAR		CHARLEST COLUMN TO A COLUMN TO
	144	1199		mi ç	VS	VI'S
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	155		, m	mry	V .	VIII
	15	A RESIDENCE OF THE PARTY OF THE			fully .:	VY .
Y	14	700	THE	III K	2016	mily
	14	. 33	11 11	11777	7.7	
		13		11,	111	1115
Tr	111	1	M	-	113	11999
79	N		TH.	144	THE PERSON NAMED IN COLUMN	11-33
4	5	55	1	15	15	755
7	K	8	55	995	THE PARTY	17
£	7	-552	5	42	*	M 2
	3	7	35	35	5.	5
2	- BALL	7.	3	72	3	72
R	22	* 1	-12 .	4.2	-5	711
3	2	23	÷	÷-{	2	-23
器包上人類語	22	2)	21	211	- 1	÷2)
4 .	2	-5	11	11.7	2	21
ないがあれているだけったい	いいいいないできるとひと十	111111111111111111111111111111111111111	11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	明明	mi mi mi mi mi mi mi mi mi mi mi mi mi m	11/4 11/4 11/4 11/4 11/4 11/4 11/4 11/4
1		10			1))
TOTAL CONTRACTOR OF THE PARTY O		AUTOMOTIVE A			amant dates in	Top State of the last

Bürgerbibliothek Bern Cod. 250, fol. 006V

·			- 1	-	M		
xLvn	1 -	zelvin	1	xLvmi	1		1
xlu ccc	Decet	*tuice	Decec	xLine	Decec	xLv	Decece
Sent sex	Ocec !	XXVIII ccec	Dece	XXXVIIICG	Docc .	xL	Dece
xxn occcc	Dec	KKKIIIO	Dec	Sexsenucco	200	XXXX	200
xxviii cc	De	MANIN DOCC	De	xxviii cces	20	xxx	De
xxiii ce	3	×xiiii	0	Sesenti d	8	xxv	0
will bece	cece	Sevilli ce	cece	Sevin De	cccc	xx	ecce
xisiin c	ccc	sein cece	ccc	×1111 000	ccc	XX	ccc
VIIII cece	éé la	VIIII DC	cc	VIIII Dece	cc	x -	cc
mi bec	c	IIII Dece	c	IIII Decce	C	V W	c
mi coxxx	e Lech	in cce sese	Lich	min cee xe	LxL	un o	lxl
	Lexx	iii decexel		III Dececx	x Look	ini	Lesex
incoce	Lex	in cockx		11 Deces	Lxx	in o	Lxx
II decexx		II Decelax		II cocche	Lx	in d	lx
it cccl	L	II cccc	L	T Dececla	Contract Contract	11 0	1
Toccolxx	selsel"	Tocccexx	: xL	T cocclass		TI W	xL
i ccccx	nenene	T cocc x1		Dececlass		6	penene
beceekl	- 200	occelx	**	cccexc	Sex	-	xx
cccclsese	×	cccclxxx		cccc selp	×	8	×
cocencien	Viiii	cccc xxxii		ecc secre	Vin	cccL	VIIII
ccclesion	Vin	ecc Lxxxiii		ccc seLin		cccc	VIII
accressyll		ccc xxxxxvi	VII	ec xecuit	VII .	cccL	VII
celsesen	VI.	colxxxxx	VI	coxelin		ccc	VI
CELECAN		cext	~	CXCNE		ccL	V
classam	uni	cexen	1111	extun	Tun	cc	un
cxLi	111	cxlin	111	SCAIIL	111	cL	ut
XCHII	11	SCONIII	11	×Lviii	·u	C	ou -
xtvii i	11	xLvin	1	×Lin	\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	L	- 1
×Lm/	444	xLim	535	sel sss	184	xLvyss	555
		xL .	484	XXXVIY	455	xli 8	555
xxxxmm			\$\$\;		-w	xxxviis	ec.
xxxx y	44	xxxv	55	XXII Y	-41	2250117 2250117	
xxxx 14	\$	XXXII	. 4	Sestim f	~	XX VIII	
××××111 -4/-		XXVIII		xxx Vx	-	XXV	S CHAR
xxx			M	XWI TIL	14	××995	155
Schull &	MY	xx	135	×11 7	45	XV 45	145
XX 55	144	XXII	4	VIII T	14	och 5	
x1 14	\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\	XII	4	1418	15	Vin 34	*
vii 999	8	VIII	8	mil	4	VI T	8
N 9354	<i>y</i>	NI VI		1115	47	1111 3	1
111 555		titt	1	17100	()	u/	5
1 4544	S	11	Y	12	You	1740	UU
1440	00	134	2	la	-3	14	3
1444.	2	30 年的英语的文化		Tu2 3		400	Ü
6500	U	\$5	U	34	W	710	ψ
13530	4	33	7			1/2 4.	1
A		1					

Universitätsbibliothek Basel, Victorius Aquitanius Calculus cum additamentus, fol. 2r

	11 1	T IX	TIII	TX	1111	THIV	V	I mv	VI	ī	
	1 dece	decec	II dec	Decce	mde	decec	1111	decee	V ccc	decce	
	ī de			Dece	III cc	dece	1111556	dece	IIII dece	dece	
	ī cccc	dece	ii cccc	dec	ii dece	dec	111 06	dec	1111 00	3cc	
		dec		de IV	II cccc	DC .	m 36	3001111	111 26	deam	
*	ī cc	de	I dece				1106	9 1111	111 6	.86 M	
•	ī	8	0 61	9 V	11 6	95 1111	11 5333	cccc	11 0000	cccc	
100	dece	cccc	ī cc 3000	cccc	ī de	cccc	1 0	ccc	i dece	ccc	
	de	ccc	Dece and	ccc III	1 cc	ccc	_	1	1 cc	ce	
55.	cccc	cc	DC 33	cc II	Dece	cc		cc		C 350	
	cc	Cal	ccc	c	cccc	1.1	0	LxL	de	LxL	
	clxxx	lxL	cclxx	lxL	ccelx	lxl	cccl				
- 60	clx	Lxxx	ccxL	Lxxx	cccxx	Lxxx	ccce	LXXX	cceleax	LXXX	
	cxl	Lxx	ccx	Lxx	cclxxx	Lxx	cccl	Lxx	cccexx	Lxx	
	cxx	land		Lx 36	ccxl	Lx	ccc	n Lx		Lx	
- 44	c l	LJa	cl	L	cc	Uppas	ccl		cec	Lilesa	
**	Lxxx	×L	cxx J	xbass	clx	xLine	cc Jx		cext	xL	
40	Lx	XXX	LxL www	XXX	CXX	XXX	c Dxx	XXX	clxxx	XXX	
	xL	XX	Lx VX	XX 33	Lxxx	XX	C XX	XX	cxx	XX	
-	XX X	× ××	xxx	×	xl ×	X	L×	XXX	Lxx	× med	1
	XVIII	VIIII	XXVI	VIIII	XXXVI	VIIII	xLynv	Viiii	Litti	VIIII	
-	XVI	Viij	xxmj	VIII	XXXII	VIII	XLINV	VIII	xLvin	VIII	
	×1111	VII	XXI	VII	XXVIII	V11	XXXX	VII	xLy	VII	
	×II	VIVAL	XVIII W	VI	XXIII	VI	XXX	VI	XXXXI	VI	4
	x V	V	XV V	V	xx V	viele	XXV	V	XXX	Vexes	
4.	VIII	1111	XII	1111	XVI III	1111	XX BII	1111	xxiiij	1111	
	VI III	111	ymij m	111	×11 111	111	XY III	111	XVIII	111	6.
	1117 (1	111000	VI II	11 200	VIII II	11 0	×	11	XII	11	
	11	1	111	1 %	1111	1	Y	1	VI	i	
	144	111	114	114	111 55	114	1111 6	444	VS	555-	
	18999	SK miv		545	111 35	565	1111	445	Y	445	
	15 1	46	11.5	46	111	54.	111 55	44	11115	44	
		45		55	11 55	55	111 74	55	1111	44	
					11 45	444	911 Wh	4	ins	4	
40	13	6	144	,	11	3	11 5	3 1111		5	1
	I	74.	15	,		34	11-	34	11 5	34	
	545	74		34	1	35	155			35	1
40	55	34	I		1 55			77		7	
*	5	7	14	4	1	,	13	3	- 1		
W-	34	3	315.	7	55	2	333	0	110	3	
	4	8: 100		5		£ :	85	5.	14	8	1
	3	1 11	4	1 111			34	6	5	6	
	1	S. Y.	8 4	5					3	5 24	
	5.000	00	1/	000	100		80 00	0000	3	000	
49	5.	2 4	5.9	2	- 1	2 (75 0	2	£ 6	2 6.3	
¥	00			U	50	0.				00	
*	0 4	400	2 4	your	00	4	20 4	4	5 4	4 4.6	
	1		1		1		Į.		A.		A

Staatsbibliothek Berlin, Ms. Phill. 1833, 0900, Calculus, (S. 9)

	DV.	Pr.	/		18.15			\wedge	/	^	
	F		TR	1111	1	VADRY -	1381	neuful	Kee		
	111	7)	111	î î	V1111	eri >	V	T	Z 313	curli 7	
	Dece	Decec	Tiocc.	Decce	Tildes	20000	แน้ง	Desce	VI cocc	ī	
	100	Desc	in occe	Dece	111 00	Dece	'ini'	Dece	TITI Dece	Deece	
	1 cc	Dec	Tic	- Dec	Ti Dace	200	îlio	Dec	iiii cc	Dece	
	i cc	700	Tocce	20	Ti cccc	De	111	700	III ec	Oce	
	Dece	8	10	3	TI	0	ก็อ	0	111	De l	
	De	cocc	Topecco	ccc	100	cccc	TI	cocc	CONTRACTOR AND ADDRESS OF THE PARTY OF THE P	12	
	cccc	cc	20	ce	Tec	cce	10	ccc	Tocce	coe	
	cc	c	cec	c		cc	ī	cc	Tec	300 cc	
	clappe	xce.	cebor	xe	cece	c	0	c	DC	ac.	
	cla	Looc	coxl		ceclse	xc	cecel	- Xe	oxl	, xce	
	CXCL	1990	cex	Lan	colosso	kpr	cccc		cocchoos	4,000	*
	c334	Lx	class	Lx	cext	Ler Le	cecl		eccesse	Lar	*
	c	Ĺ	cl ·	L	co	i	ccc		cccle	Le	
	13994	201	exx	20L	cls		col	1	ccc	L	
	150	2000	200	XXX .	6000	rl mr	cc	.xl	cert	xl	
	xL	2000	100	2000	Low			m	chuc	.3900	
	35%	00	2000	20	xcl	2000	C	.Jr	ec	age	
	oeven	Ville	200411	Viiii	3990/1	Yells	4	x	be	30	
	evi .	VIII	min.	VIII	288011		XLV	Chief Control of the	Lini.	VIIII	
	201111	VII	,3901	VII	298VIII	Vin	XL X		xlym	Vill	
	2011	NI	20V111	VI	Mun		- Jack		xln	VII	
	VIII	V	JCV.	V	New .	V)	. We.		33001	VI	
	VI.	1111	2011	1111	OVI	1111	200		Me	V	
4 3	till	111	VIIII	. 111	Nu	The second second second	XV		Nu Nu	1111	
	12	11	MI	11	VIII	11	x			. 111	
	1 989	999	111	1	1111	111111	V	11	2011	11	
	199	555	1199	955	11155	949	11115	555-	VI VG	1	
	19	95-	1115	555	111-55	555	ung	555	v,	555	
	1055	95	1175	Car Car	111	11.55	11159.	ce.		595	
	1 35	5	A SHARE THE RESERVE AND A SHARE THE PARTY OF	CALL CALL	1195	55	11199	cel	ins	66	
	Ti?	5	155		1199	5	11999	c.	The state of the s	95	
	599	35			11	7115	115	15	1115	15	
	99	45	1	0.0	155	201559	116	75	119	-36-	
	55	4	1 56.	5	1-55	59	155	18	11	-45	
	199	. 5	55.		1	4.5	15	-5-	19	5.	
	LC.	58	1 sec	3	55	3	495	-5		-5	
	5	1	14	2	Les	8	88	819	is.	8	
	6	C	10		5 55 5 100	-	33.	6	5	7	
	Co	1	12	20	7	32	35	5.1-	5.	5.	
	5 50 52 00	00	50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 5	00	100	00	15.0	. 00	5	vo	
	00	C)	100	3	C	2	63	20	8.	3	
	U ·	\$. \$. \$00 \$0 \$0	5	& C C C C C C C C C C C C C C C C C C C	5.0	ξ. / 2 % 00 0 0 ψ	2.0	U	1 18. 5 5 5 5 6 6 7	U	
	A.	۲	1	4	OU	Y	5.5 5.6 5.0 6.0 6.0	ξ. ς. ου ου ψ	5.	5 & C & 000 0 W	
	4)	9	S.	* *)	3 4	20-	ch.	,	Late .	
				V.							

Bibliotheca Apostolica Vaticana, reg.lat. 1569/0008

There dead x v how dead xv hv hv hv his face dead from the face dead f	2		J = 1	
for occ vin in he here occ vin in he force occ	Al-	dealafxindle Rufq-11	Day of the same	Vitariano:
feece occ 1mm in force		loac oace X V	libe beet.	Complete
The second of th				
oce care 1995 www fee cere 1996 www www oce cere 1996 www www www oce cere 1996 www www www oce cere 1996 www www www oce cere 1996 www www oce cere 1996 www www www oce cere 1996 www www www oce ce				The second secon
oce core 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		ice de alimi i	Tocco Toch	Military of the
oc ccc is who occ cc is work occ cc is work occ cc is work occ cc is work occ in work occ		1 George High di	100 000	and one
ccc cc is who ccc is is well to colver the in who clear that is colver that is well to colver the in who can be in who colver that is well to colver the in who colver that is well to colver the in who colver that is well to colver that is well to colver that is well to colver that is a colver that is well to colver that is a colver thand in the colver that is a colver that is a colver that is a col		our record live and	Day July	Destruction of
clexic lat 13 % color lat 14 % color lat 15 % color lat 14 % color lat 15 % color	. 5	ccc cc ty	Tochini com	my Sweet
clycx Lxl 13 min celxx lxl 1 min min clx 1 xxx 1 m min cext 1 xxx 1 m min c 1 m min so 1 de xxx 1 m min xun xun xun so 1 de xxx 1 min so 1 min xun xun xun so 1 de xxx 1 min so 1 m	0	CC TO CO TEXABLE M	cco i nedin	11/ 80
clx lxxx 1 5 cxx 1 xx 1 xx 1 xx 1 xx 1 xx 1 x	90	clear Lat 13	colxx txl	amount !
cxx 1x wints ctxxx 1x 1 M cxx 1x wints ctxxx 1x 1 M cxx xx x1 m 5 cxx xx 1 lx xxx x1 m 5 cxx xx 1 lx xxx x 1 m 5 cxx xx 1 xx xx x 1x xx	.0	clx Lxxx 1 5	cext 1xx	uşadır. b.Z.
cxx 1x winds clxxx 1x 1 mm cxx 1x winds clxxx 1x 1 mm cxx x x 1 m 5 cxx mx 1 mm lxxx xx 1 m 5 cxx mx 1 mm lx xxx x 1 m 5 cxx mx 1 mx xx x x 1x 1x 1x xx xx x 1x	919	ext tex we w	cex 1xx	13-14-10
Lxxx xl wl 5 cxx mxl 5 milled 1x mxxx y m 5 1xl xxx	<u>—</u>	cxx delx worlds	clxxx lx	1
Lexx xel what is exempted from xe was so and learn xee was so and learn xe was so a xee for a xe	0	le a lungs above	Idencian as	wer Vb
xx x		Lxxx xl wi j	cxx fix1	Supplied.
The the way of the time max of the time of time of the time of	W	Lx maxxx y many	1xl xxx	118-80
Thought to the true max of the state of the	7	xl xx 3	Lxunxx	XIII OF THE
XVI VIII S 3 XXIIII VIII S 3	7			
Chille Cont Touller Touller Onex Sunx	-			
		122		CU, US
A JIA BHEN				3 42
		774	BARDIA	

Staatsbibliothek Bamberg, Msc.Class.53, fol. 3V, ergänzt

Karlsruhe Sammelhandschrift - Cod. Karlsruhe 504, S. 179

	11/12	5/6	3/4	2/3	7/12	1/2	5/12	1/3	1/4	1/6	1/8	1/12
-							-			-		36.
1	SSS	SSS	SS	SS	8	s	35	SS	5	2	ان	.c.
37.5	333	555	33	33	3	3	33	4	111		-	
11	1 555	155	15	136	13	1	585	\$5	5	55	3.	5
1.4			v. Ein					I A P	6			
111	1155	115	113-	11	155	15	15	1	55	S	355	3
	11160	11138	144		1156	11	155	136	1	SS	S	SS
1111	11133	111 33	111	1135	1133	2.	105	1.00	3	33	1	
V	11115	11113	11155	11138	11SSS	115	11·f.	158	13	Ses	SS	SS
TO Z												
VI	VS	Y	11115	1111	1115	111	115	11	15	1	58	S
	2000	ccc	44.87			1416	ccs	1000			ces c	g
V11	VISS	V 588	VS	111159	1111.1.	1115	11355	1155	158	15	S85 S.	3
7111	VISS	V1 56	VI	V 58	11155	1111	11136	11 55	11	138	1	SS
1	S	ib i.	460	CASE!							iga _{n faut}	102
71111	V111	V115	V158	VI	VY	11115	11159	111	113	1 5	1-5	SS
	3	35			10.		3	Hill. or a		1114		SSS
x	2.3	V111	V115		VSSS	Y		11136	11 8	1 55	13	300
	35	SS		35	66	x	35	V1 S5		11158	11 6	155
200	S	XVI	S	X111	5			V1 33	·	11100	1, 2	1,50
acce	XXV1	xxv	XX11	xx	XVII	av	S &1-1	x	V115	V	111.85	11 5
	55	38		SS	355	1	SS	35				- 11° 6
al	arxx;	XXX	N. S. S.		XXIII	xx	XVI		x	V15.	a Linear	11136
1	SSS	55	5 11	38	3 111		585	SS		38	3.	See All
-	xly	XL 1	XXXX	XXXX	MAN	xxv	XX	XVI	X11.S	VIII	V1	11115
Lx	1.	11	xlv	xL	axx	xxx	xxv	are	œv	x	V115	4
10 10 E	S.	35	- 155 - 186	SS	585		3	35	S		SS	SSS
Lxx	Lui	Lvii		alv	1 och	XXX	XX1X	XXII	A'Y11	X15	V111	Y
1.4	36	So	1	188	55	1	TSS .	SS		38		SS
LXX.	LEX	1 1%	S	L 111	ALV	xL	N.C.Y.	1224	xx	XIII	X	71
xe	Lane	1 V	120	12	111	color	****	2000	Sierce		x13	VII
	1250	A SIGN			1744			Inches	100.00	144	13.3	

Migne Patrologia 1850

Dup	li	Tri	pli.	Quadr	upli.	Quinci	upli.	Sexcu	pli.	Septu	pli.	Octu	pli.	Nonec	upli.
2000 1800	1000 900	300 0 2700	100 0 990	4000 3600	1000 900	5000 4500	1000 900	6000 6400	1000 900	700 0 6 50 0	1000 900	8000 7200	1000 900	9000 8100	10 0 0 900
1600	800 700	2100	800	3200	800	4000	800	4800	800	5800	800 700	6100 5600	800 700	7200 6300	800
1400 1200	600	2100 1800	7 00 6 00	2800 2400	700 600	3 300 3 00 0	700 600	4 20 0 3 600	700 600	490 0 4 2 00	600	4800	600	5100	700 600
100 0	500	1500	500	2000	500	2500	500	5000	500	3500	500	4000	500	4500	500
800	400 300	1200 900	400 300	1600 1200	400 300	2000 1500	400 500	2100 1800	400 300	280 0 2200	400 300	3200 2400	400 300	3600 27:0	400
600 400	200	600	200	809	200	1000	200	1200	200	1400	200	1600	200	1800	500 200
200 180	100 90	300 270	.100 90	400 560	100	500 450	100 90	600 540	100	700 630	100	80 0 7 20	100 90	900 810	109 90
6 79				OPER.		I. SE	•			ALICA					680
				520		400	80	480		560					
160 140	80 70	240 210	80 70	280	80 70	350	70	420	80 70	490	80 70	640 560	70	720 630	8 0 70
120	60 50	180 150	60 5 0	240 200	60 50	500 250	60 50	360 300	6 0 50	420 350	6 0	480 400	(0	540	60 50
100 80	40	120	40	160	40	200	40	210	40	280	40	320	40	450 360	40
60	30	90 60	30	120	30	150 100	30	180 120	30	210	50	240	50	270	30
40 20	20 10	50	20 10	80 40	20 10	50	20 10	60	20 10	140 70	20 10	160 80	2 0 1 0	1×0 90	10
18	9	27	9	56	9	45	9	54	9	63	9	72	9.	81	ĵ,
16 14	8	24 21	8 7	52 28	8 7	40 35	8	47 42	8	56 49	8	64 88	8	72 63	8
12	6	18	6	1 24	61	50	6	56	6	42	6	48	6	54	6
10	5	18 15 12 9	5	20	5	550 250 1510 8 cy 7 mp 1 mp	5 4	30	5	56.49 423 281 14.7 6.55 4.4 5.8 29.8 21.1 4.5 2.8 2.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1	5	64 56 48 40 32 24	5	45	5
6	3	9	3 2	16 12	4 3	15	5	24 18	3	21	3	24	3	56 27 18	3
4	21年の日本の人のからのないのである。	6	1	8	2	10 8	1	12 6	1	14	2	16	2	18	2
1.88	888	2.55 2.57 2.7	35 5	5.85 5.85 2.85 2.85 2.86 2.86	899è	4.3	999è	5.5	<i>‱</i>	6.72	- 599°	7.B 6.% 6.B	່‱∾	8.2	889è
1.88	333	2.5	35%	3.β	33	4.3	333		533	5.93	333	6.33	99	7.5	399
1.5 1 B	33	2.7	37 38	2.88	37	3.37 5.B	37	1.2	37	1.88	3	5.B	2%	6.53	27
1.3	3	1.89	· 🐇	2.B	<u> </u>	2.599	- 5	3. √s 3. √s	- \$	4.8	- €	4.38	- ₹	5.7	3
1 000	3	1.89	新州がおからんりています。	1.88	3	2.5	n.	3.5	n	3.3	2		ž	4.5	3
333	B	1 2	' B	1.88 1.B	18	1.33	' B	1.8	' B	2.B	18	2.53	ďβ	5	B
-\$	Z	3	Ž	1 20	2	1.7	Z	1.8	Z	1.發	Ž	9 "	Ž	2.7	Z
ğ	3	2	2	B	7	n	3	3,	3	30	4	**P	4	1:3	4
É	3	₹.y	Ŧ	3	多	3.7	3	Ž	ż	₹ .∢	· 3	É.	多	上げ	3
3.)	([\$	ᄕ	والم	၂	5.7	느	3	<u> </u>	2 4	. <u>L</u>	3.1	بَع لَمْ	7	ᄔ
2)(1のないというかい)(▼	1 87 BL 7 Levy). (ががみかららんはていましょい。	} <u>`L</u>	●ス・ロアチャル山人田人の分かは後後	E)(2 - L. C.	→影響があるなるない」	BAS B A TOWN)(81-66545581-8BN375	876545319999999999月7799日11
111111 SSSSBTW-5711)(5	₩)(4	L. ∢	4	SOLINATION	※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※	7.4	4	3.7	*! ***********************************	7.5	
-		~··	_	<u> </u>)(. H	اب		~	_	~	<u></u>	_	_	_
2	-	.2	i	4	l	8	5 1	6		7		8	3	9	
														- •	•-

Friedlein 1871, Anhang, Ausschnitt

4	1	2 1	3 13	4	5 "	6	-
120	ĨĪ .	I k/c	III	Ī	īīīi	ī	
111	IDCCC	DCCCC	IIDCC	DCCCC.	IIIDC	DCCCC	
	ĪDC	DCCC	псссс	DCCC	шсс	DCCC	
	īcccc	DCC	īīc	DCC	IIDCCC	DCC	
5	īcc	DC	IDCCC	DC	псссс	DC	5
- 1	ī	D	ĪD	D	ñ	D	0.00
	DCCC	CCCC	īcc	cccc	ĪDC	CCCC	
	DC	CCC	DCCCC	CCC	īcc .	CCC	
	CCCC	CC	DC	CC	DCCC	CC	
10	CC	C	CCC	C	cccc	C	10
1	CLXXX	LXL	CCLXX	LXL	CCCLX	LXL	
	CLX	LXXX	CCXL	LXXX	CCCXX	LXXX	
	CXL	LXX	ccx	LXX	CCLXXX	LXX	
	CXX	LX	CLXXX	LX	CCXL	LX	
15	C	L	CL	L don	CC	L	15
	LXXX	XL	CXX	XL	CLX	XL	15
	LX	xxx	LXL	xxx	CXX	XXX	
	XL	XX	LX	XX	LXXX	xx	
	XX	x	xxx	x	XL	x	
20	XVIII	VIIII	XXVII	VIIII	xxxvi	· VIIII	20
177	XVI	VIII	xxIIII	VIII	XXXII	VIII	1
	XIIII	VII	XXI	VII	XXVIII	VII	
	XII	VI	XVIII	VI	xxIIII	VI	
	x	V IAL	xv	V	xx	. V	
25	VIII	IIII MARK	XII	Ш	xvi	IIII XX	25
	VI	111	VIIII	ш	XII	III.	1
	ш	11 111112	VI	п	VIII	11 2	
	п	1	III	1	III	1 5	
	1955	SFF .	1155	SFF .	11155	SFF	
30	155	fff .	115	M	11135	M CA	30
187	15	F.	113-	F	III .	F	
	135	55	11	55	1155	55	
	13	· f	Iff.	f m	1135	F	
	1	1	15	1	11	1	
35	M .	35	13-	35	155	35	35
- 5	55	35	1	35	135	35	
	1	3-	IF .	3	1	3	1
	35	3	5	3	55	3	
	3	E	350	.E	5	E	
40	3	1	3	1	35	35 3 8 1	40
-	35 35 75 75 80 80 80	₹ ₹ ₹ ₹ ₹ ₹ € ○	# 1 35 C S & / C) C C	₹ 3 5 5 C C C C C C C C C C C C C C C C C	₩ ₹ ₹ ₹		100
	DU .	OU	1	v	100	UU .	1
	C)	60)	1)	
180	UU	2	C	ο Ψ	60	ν Ψ	-
45	U	Ψ)	Ψ	UU	Ψ	45