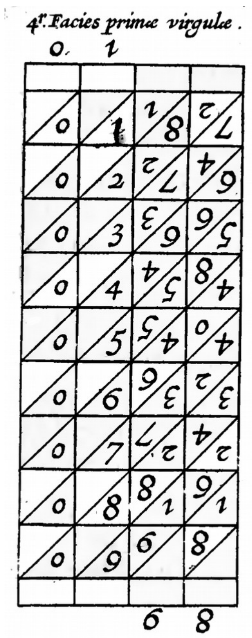
Addition, Subtraktion und Zauberei mit den Rechenstäben von Napier

Stephan Weiss

Im Jahr 1617 veröffentlichte John Napier (lat. Neper) die Beschreibung[1] eines digitalen Rechenhilfsmittels für die Vereinfachung von Multiplikation und Division sowie für die Berechnung der zweiten und dritten Wurzel einer Zahl. Das Hilfsmittel besteht aus einem Satz senkrechter Stäbe, die auf ihren Seiten von oben nach unten die Vielfachen der ganz oben notierten Kopfzahl tragen (vgl. Bild links der Stab mit den Seiten für die Kopfzahlen 0, 1, 8, 9 aus Napiers Beschreibung). Zwei zusätzliche tabellarische Aufstellungen erleichtern die Wurzelbestimmung. Aufbau und Gebrauch der Stäbe sollen hier nicht wiederholt werden, hierüber existieren zahlreiche Publikationen.



Die Rechenstäbe fanden grossen Zuspruch. Auf die Veröffentlichung der *Rabdologie,* so der Name des Rechenverfahrens, folgten zahlreiche Beschreibungen und Anleitungen mit Varianten der Stäbe.[2]
In allen Beschreibungen, die ich finden konnte, wird nur auf Multiplikation und Division sowie Wurzelberechnung eingegangen. Hier lag auch die Absicht des Erfinders.

Eine Ausnahme hiervon machen die *Neperianischen Rechenstäblein* von Michael Scheffelt (1652-1720), Erfinder und Hersteller von mathematisch-wissenschaftlichen Instrumenten.[3] Ein Exemplar eines Satzes von Streifen und zwei Exemplare der zugehörigen Anleitung werden unter dem Titel *Neperianische Rechen-Stäblein, in 50 Stäblein und 100 Zahlen bestehend* bei Swissbib, dem Online-Gesamtkatalog Schweizer Bibliotheken, aufgeführt. Eine Fotografie der Objekte stellt die Webseite des

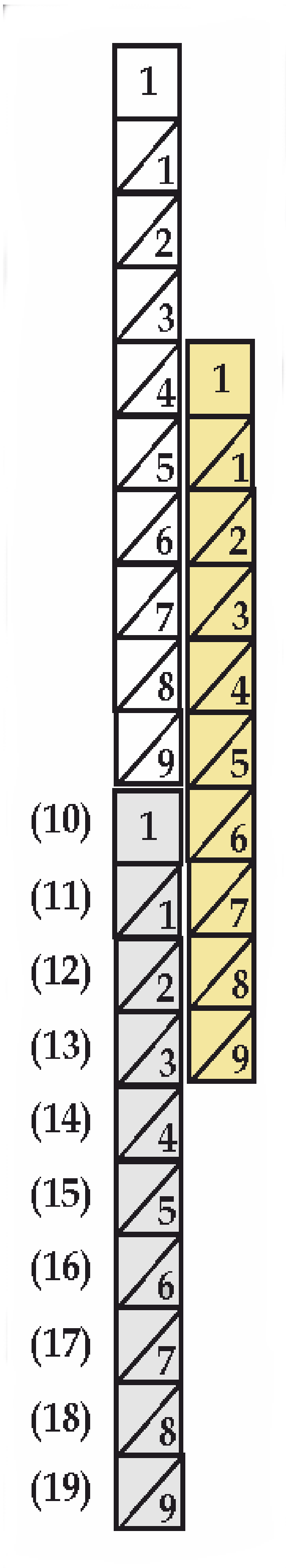
---

1 NAPIER, John. *Rabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo*. Edinburgh, 1617
engl. *Rabdology*. Charles Babbage Institute Series for the History of Computing, 15. 1990

2 WEISS, Stephan. *Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger* (2007).
URL http://www.mechrech.info/publikat/Neper85Au.pdf
WEISS, Stephan. *Historische Bauanleitungen und Beschreibungen für die Rechenstäbe von Neper* (2007).
URL http://www.mechrech.info/publikat/NeperAnl.pdf

3 RUDOWSKI, Werner. *Michael Scheffelt (1652-1720)*
URL http://sliderulemuseum.com/WhosWho/MichaelScheffelt_BioByWernerRudowski.pdf
(letzter Zugriff 4.4.2017)

Historischen Museums Basel[4] zur Verfügung. Dort finden sich auch weitere Angaben zu dem Rechenhilfsmittel:



> *Kupferstich auf Papier,*
> *auf Karton kaschiert,*
> *Letterndruck, Brokatpapier,*
> *L. 7,8 cm, B. 0,8 cm (Stäblein)*
> *H. 8,3 cm, B. 5,7 cm, T. 2,5 cm (Schachtel),*
> *Inv. 1882.35.*

Auf dem Bild kann man u. a. erkennen, dass es sich nicht um vierseitige Stäbe sondern um zweiseitige Streifen handelt. Scheffelt trifft diese Unterscheidung nicht, das Historische Museum Basel in der Objektbeschreibung hingegen schon .
Ein Satz Rechenstreifen umfasst je 10 Streifen mit den Kopfzahlen 0-5, 1-9, 2-8, 3-7, 4-6. Woraus sich diese Anordnung ableiten lässt wird weiter unten erklärt.

Die Titelseite und Auszüge aus Scheffelts Schrift *Neperianische Rechen-Stäblein* von 1714 sind im Anhang wiedergegeben.

Wie bereits erwähnt führt Scheffelt auch Additionen und Subtraktionen aus. Für die Addition wählt er das folgende Beispiel (s. Bild links):
Er sucht zunächst drei Streifen mit der Kopfzahl 1 aus. Zwei werden untereinander gelegt, der dritte rechts daneben mit dessen Kopfzahl 1 neben die 4 des oberen Streifens, weil er die Zahl 4 als konstanten Summanden addieren will. Nach unten hin kann er auf dem rechten und linken Streifen nebeneinander ablesen 1+4=5, 2+4=6, 3+4=7 usw. Die Zahlen auf dem Streifen links unten müssen uminterpretiert werden, damit die Folge der Ergebnisse weiter geführt werden kann. Die Kopfzahl 1 des unteren Stabes gilt 10, zu den folgenden Zahlen muss jeweils 10 dazu gezählt werden, damit sie 11, 12, 13 usw. repräsentieren.

Mit der gleichen Anordnung der Streifen erläutert Scheffelt die Subtraktion, weil er die 4 jetzt als konstanten Subtrahenden verwendet. Neben die 4 auf dem Streifen oben links wird die Kopfzahl des rechten Streifens angelegt. An

4 Historisches Museum Basel,
URL http://www.hmb.ch/sammlung/object/neperianische-rechen-staeblein.html (letzter Zugriff 4.4.2017)

den beiden Stäben nebeneinander kann er von unten nach oben ablesen 13-4=9, 12-4=8, 11-4=7 usw.
Im Prinzip handelt es sich um nichts anderes als das Abgreifen und Verlagern von Strecken auf gleichmässig geteilten Skalen.

Für die vorgestellte Arbeitsweise müssen die Zahlen auf den Streifen von oben nach unten die Anordnung Kopfzahl, 1 * Kopfzahl, 2 * Kopfzahl, 3 * Kopfzahl usw. besitzen. Dies ist bei manchen Rechenstäben bzw. -streifen nicht der Fall. Dort folgt auf die Kopfzahl sofort deren Zweifaches. Die Wiederholung des Produkts 1 * Kopfzahl wird als entbehrlich angesehen, weil es mit der Kopfzahl selbst identisch ist.

Die Autoren von Beschreibungen zur Rabdologie vor und nach Scheffelt setzen die Kenntnis der Addition voraus. Es würde einen zu grossen Aufwand erfordern, wenn der Benutzer jede diagonale Addition von Zahlen in einer Zeile sich mit drei Stäben legen und ablesen müsste. Wenn Scheffelt auch auf Addition und Subtraktion eingeht muss er von einer anderen Absicht geleitet worden sein.
Der Gedanke an ein universell verwendbares Instrument, das für alle Arten praktischer Berechnungen geeignet sein soll, wird sicher ausschlaggebend gewesen sein. Sein „kunstvoller mechanischer Fuss“[5] weist in diese Richtung. Die Eigenschaft der universellen Verwendbarkeit unterstützt Scheffelt in seinem pädagogischen Anliegen. Er will, wie er im Titel der Beschreibung sinngemäss ausführt, mit den Streifen dem Unkundigen das Rechnen beibringen. Damit steht die Lehre, die Ausbildung, im Vordergrund, und nicht der Nutzen der Streifen als Hilfsmittel für bereits eingeübte Rechenverfahren. Unter diesem Gesichtspunkt bezieht er Addition und Subtraktion mit den Streifen als praktische Anschauung in seine Unterrichtung mit ein.

Der letzte Abschnitt seiner Beschreibung ist insofern bemerkenswert, als er von Zauberei mit den Streifen handelt, von einer natürlichen und erlaubten Zauberei, wie er ausdrücklich betont. Mit schwarzer Magie will er demnach nichts zu tun haben.

Der vorgeführte Trick ist einfach. Er zeigt seinem Gegenüber einige Streifen und nennt die dem Betrachter zugewandte Kopfzahl, obwohl er sie selbst nicht sehen kann. Wie Scheffelt selbst erläutert, addieren sich auf seinen Streifen die Kopfzahlen auf beiden Seiten stets zu 10, also 1-9, 2-8, 3-7, 4-6. Die Kopfzahlen 0 und 5 fasst er ebenfalls auf einem Streifen zusammen. Mit dieser Kenntnis muss es ihm nur gelingen, mit einer kleinen Bewegung die Kopfzahl des zu erratenden Streifens auf seiner Seite sichtbar zu machen, um die gegenüberliegende nennen zu können. Die Frage stellt sich, wie Scheffelt auf diese Idee kommt.

---

5 SCHEFFELT, Michael. *Pes Mechanicus Artificialis, Oder: Neu-erfundener Maß-Stab, Auf welchem Alle Proportiones der gantzen Mathesis ohne mühsames Rechnen, so wohl mit-als ohne Hand-Circul, in Arithmetica, Geometria, Stereometria, als auch Trigonometria, [et]c. mit grosser Behendigkeit, zu höchstem Vergnügen eines Liebhabers, können gesucht , und gefunden werden,* 1699, 2. Aufl. 1718

Im Zuge der Aufklärung wendet man sich den Erscheinungen der Natur und ihren Gesetzmässigkeiten zu. Sie werden gesammelt und auf unterhaltsame Weise dem Publikum näher gebracht. Die Oberbegriffe Magie oder Zauberei machen neugierig, sie deuten auf staunenswerte und zunächst schwer durchschaubare Zusammenhänge hin. Zuweilen wird die typische Bezeichnung magische Belustigung verwendet. Bekannte Vertreter dieser Methode sind u. a. Johann Conrad Gütle[6] und Johann Samuel Halle[7]. Unter den genannten Rahmenbedingungen wird verständlich, warum Scheffelt von einem Zaubertrick spricht und ihn zeigt.

Anhang

(Titelblatt)

Neperianische
Rechen=Stäblein,
in 50. Stäblein und 100. Zahlen bestehend,
Anbey
Das Leg=Stäblein, samt Quadrat-
und Cubic-Täffelein,
Wodurch
Allen und Jeden, so deß Rechnens unerfahren, son-
derlich der curieusen[8] Jugend zu Lieb, auf eine gantz anmu-
thige, leichte und kurtzweilende Art, das Rech-
nen beyzubringen,
Vorgestellet von
Michael Scheffelt,
Und zu finden bey Daniel Bartholomä, auch beym
Authore sebsten inUlm, Anno 1714.

(S. 3 bis 6, Auszug)

Gebrauch
Der Neperianischen
Rechen=Stäblein,

---

6 WEISS, Stephan. *Rechengeräte im Angebot bei Johann Conrad Gütle 1792* (2012) URL http://www.mechrech.info/publikat/GuetleReGer.pdf

7 HALLE, Johann Samuel. *Magie, oder die Zauberkräfte der Natur, so auf den Nutzen und die Belustigung angewandt worden.* 4 Tle. Wien, 1787

8 neugierig, wissbegierig

Wie
Man damit Addiren,
Subtrahiren, Multipliciren, Dividiren, Radicem quadratam, & cubicam Extrahiren solle.
Additio.
Wie soll die Additio verrichtet werden ?

Ich nehme 3. Stäblein vor die Hand, wo oben her 1. stehet, lege deren zwey untereinander, so gilt der obere kleine Einser unter dem grossen 1. nur 1, der untere grosse Einser, wo die Stäblein aneinander. oder vielmehr untereinder ligen, gilt 10. der folgende 2er, 12, der 3er, 13, und so fort an. Wann ich nun 4. zu einer Zahl addiren solle, so nehm ich das dritte Stäbel, auch mit einem grossen 1. und lege diesen grossen 1. rechter Hand, zu dem kleinen 4. lincker Hand im oberen Stäblein, welche Zahl ich nun von 1. an biß auf 9. zu 4. addiren solle, so werde ichs lincker Hand im Reyhen herunter alle Zahlen finden, die ich verlange. E. g. als 1. rechter Hand zu 4. addirt, gibt lincker Hand die Zahl 5. bey 2. 6, bey 3. finde ich 7, bey 4. 8, bey 5. 9, bey 6. finde ich den grossen 1. der bedeutet 10. dann 6. und 4. macht 10. Bey 7. finde ich den kleinen 1. muß also vor 11.außgesprochen werden; bey 8. 12, bey 9. 13. Lege ich nun den grossen 1. rechter Hand, zu einer andern Zahl, so procedire ich, wie oben.

Subtractio.
Kan man dann auch mit diesem Stäblein subtrahiren?
Ja, es ist fast eine Procedur, wie bey der Additio geschehen; Ich lege die 2. Stäbel mit der obern Zahl

1. wieder untereinander, ich will zum Exempel obige Zahl 4. wieder gebrauchen, so lege ich das dritte Stäblein mit 1. rechter Hand, zu der Zahl 4. lincker Hand, gesetzt,ich solle 4. von 13. subtrahiren, weilen nun das untere Stäbel mit der grossen Zahl 1. 10. gilt, so gehe ich auf demselben Stäbel unter sich zu 3. welches soviel als 13. gilt, wird also rechter Hand auf dem dritten Stäblein die Zahl 9. seyn, das ist der Rest, weilen 4. von 13. 9. restirt, also bey 12. finde ich 8, bey 11. 7, bey 10, 6, bey 9. 5, bey 8. 4, bey 7. 3, bey 6. 2, bey 5. finde ich 1, also procedirt man auch mit andern Zahlen.

Multiplicatio.

[...]

(S. 29f)

Solte man wohl auch mit diesen Stäblein Zauberey treiben können?

Ja, eine natürliche und erlaubte. Ich wil ein einig Exempel geben: Es solle einer von unterschiedlichen Numeris dieser Stäblein viel oder wenig, nach Belieben, auf einander legen, und mir in die Hand geben, wil ihm alsdann die Zahlen, so ich errathen solle, ins Gesicht stellen, ich aber kan nur das einige letzte Stäbel von hintenher sehen, wil ihme alsdann alle Stäblein errathen, und sagen die Zahl, was vornen her oben darauf steht, und dises allein durch Hüllf, wan ich das Stäblein mit dem Finger berühre. Dieses geschiehet also: Ich greiffe mit dem Finger an das fordere Stäblein, ziehe es ein klein wenig übersich, damit mir die hintere Zahl deß vordern Stäbleins ins Gesicht kome;gesetzt, es wärr die obereZahl 2, so subtrahire ichs nurvon 10.Rest 8, sage also, ich greiffe, daß die Zahl 8. vornen steht, einer, der es nicht weißt, wird vermeynen, es seye Zauberey. Die ursach ist diese, weil auf allen Stäblein auf beyden Seiten, so man die Zahlen addirt, die Zahl 10. außmacht, nur das 5. hat hinten eine 0. Dann, wann auf der einen Seiten 1. steht, so findt sich auf der andern 9, das macht 10, also bey 2. 8, bey 3. 7, bey 4. 6, bey 5. 0, welches zu mercken ist, seynd also auf 50. Stäbel, obenher, 100. Zahlen, als von jeder Numero 10. Stäblein

an der Zahl von 1. biß ans

E N D E.

April 2017
http://www.mechrech.info