Stephan Weiss

Die rechnenden Neun von Joseph Moxon

Eine Ergänzung zu
Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger (2007)

Im Jahr 1684 erschien in London eine schmale Schrift im Umfang von 52 Seiten und 2 Tafeln mit dem Titel (Bild 1)

> *Enneades arithmeticæ, the numbring nines. Or, Pythagoras his table extended to all whole numbers under 10000 and the numbring rods of the Right Honourable John Lord Nepeer...*

sowie mit dem Zusatz

> *London* — *Printed and sold for Joseph Moxon at the sign of Atlas in Ludgate-street. Where also these Numbring Rods, (Commonly Call'd Napiers Bones) are made and Sold. 1684.*

Der Inhalt wird klar umrissen. Es handelt sich um eine Erweiterung der quadratischen Multipliziertafel[1] bis 9 · 9 sowie um die Rechenstäbe zum Multiplizieren von Neper. Die angesprochenen Hilfsmittel bekommen auch gleich einen Namen: *enneades arithmeticae.* Er leitet sich aus dem Griechischen *enneas, ennead-* von *ennea,* neun, ab und bezeichnet eine Gruppe oder Serie von neun Elementen, mit deren Hilfe man rechnen kann. Gemeint sind die neun Felder auf den Rechenstäben oder eine Spalte in der Multipliziertafel mit den 2- bis 9- fachen der Zahl, die als Kopfzahl oben angeschrieben ist. Die englische Bezeichnung *numbring nines* wird auch gleich gegeben.

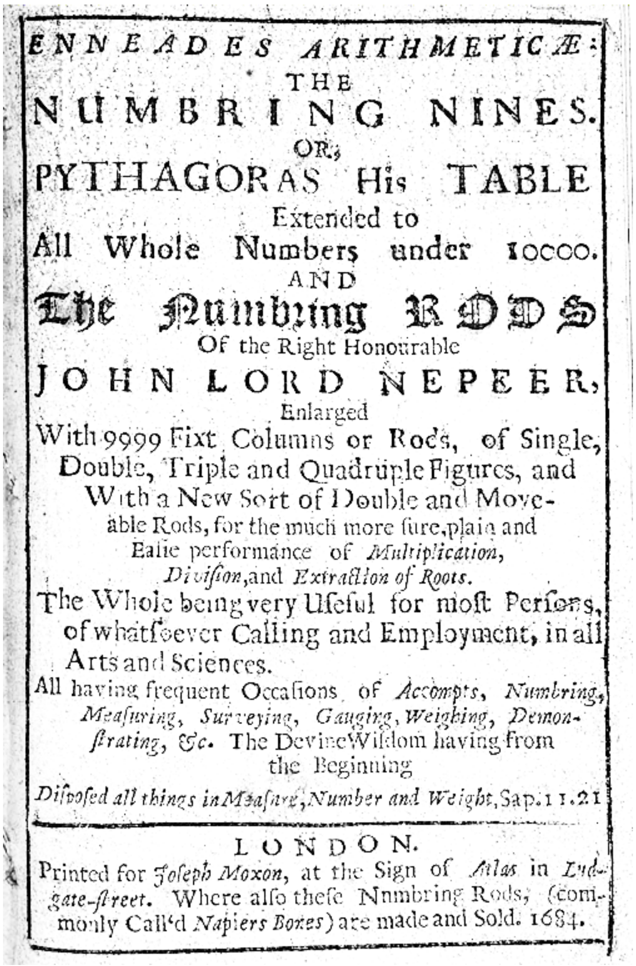
Der Autor der Schrift ist nicht explizit genannt. Nach dem Zusatz *printed and sold for Joseph Moxon* zu urteilen, der auch in anderen Werken verwendet wird, für die er als Autor zweifelsfrei feststeht, muss es Joseph Moxon gewesen sein. Er wurde 1627 geboren, über sein Todesjahr findet man unterschiedliche Angaben. The Royal Society[2], der er angehörte, nennt 1691.
Er betätigte sich als Hydrograph für König Charles II, Drucker mathematischer Werke, Hersteller von Globen und mathematischen Instrumenten und schrieb neben anderen Werken über handwerkliche Tätigkeiten das erste mathematische Wörterbuch[3] in Englisch. Keinesfalls können Neper oder gar Pythagoras der Autor gewesen sein wie dies zuweilen angegeben wird. Im Jahr des Erscheinens 1684 war Neper schon lange Zeit nicht mehr am Leben und über eine Änderung seiner Rechenstäbe durch ihn selbst ist nichts bekannt.

---

1 Den griechischen Mathematiker Pythagoras hat man fälschlich als den Erfinder der Multipliziertafel angesehen.

2 http://www2.royalsociety.org Library and Archive catalogue

3 Joseph Moxon: Mathematicks made easie, or, A mathematical dictionary explaining the terms of art and difficult phrases used in arithmetick... London 1679 u.ö.

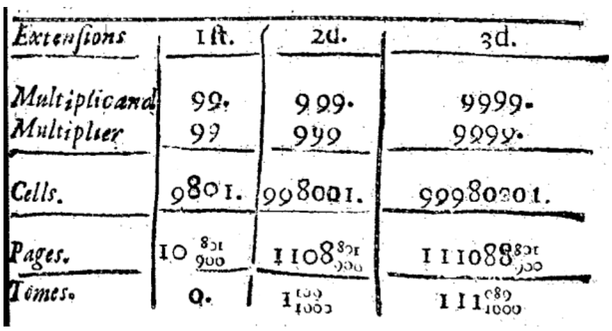


ENNEADES ARITHMETICÆ:
THE
NUMBRING NINES.
OR,
PYTHAGORAS His TABLE
Extended to
All Whole Numbers under 10000.
AND
The Numbring RODS
Of the Right Honourable
JOHN LORD NEPEER,
Enlarged
With 9999 Fixt Columns or Rods, of Single, Double, Triple and Quadruple Figures, and With a New Sort of Double and Moveable Rods, for the much more sure, plain and Easie performance of *Multiplication*, *Division*, and *Extraction of Roots*.
The Whole being very Useful for most Persons, of whatsoever Calling and Employment, in all Arts and Sciences.
All having frequent Occasions of *Accompts*, *Numbring*, *Measuring*, *Surveying*, *Gauging*, *Weighing*, *Demonstrating*, &c. The Devine Wisdom having from the Beginning
Disposed all things in Measure, Number and Weight, Sap. 11.21
LONDON.
Printed for *Joseph Moxon*, at the Sign of *Atlas* in *Ludgate-street*. Where also these Numbring Rods, (commonly Call'd *Napiers Boxes*) are made and Sold. 1684.

Bild 1: Titelseite der Enneades

Die Schrift ist heute sehr selten. Die British Library London besitzt ein Exemplar und die Erwin Tomash Library führt den Titel in ihrem Katalog. Weitere Exemplare sind mir nicht bekannt. Das Werk muss nach seinem Erscheinen wenig Bekanntheit erlangt haben. In der Bibliotheca Britannica 1824, die 14 Schriften von Moxon nennt, wird es nicht genannt.

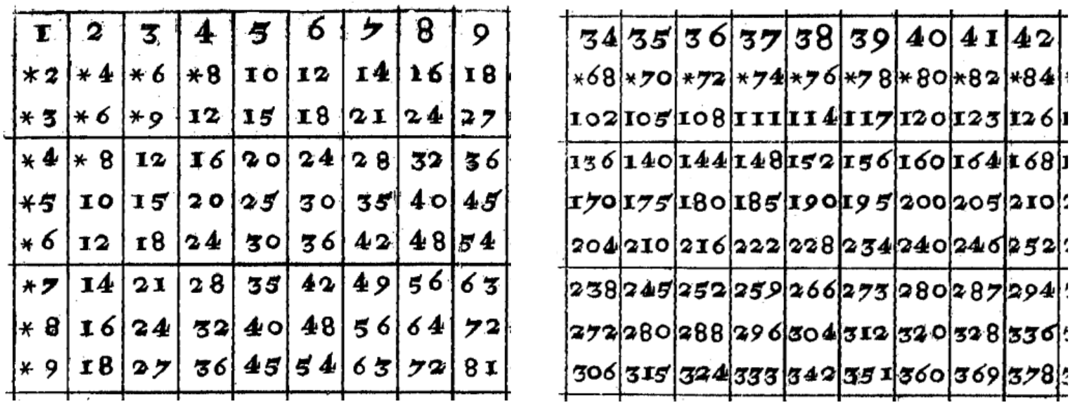
Moxon gliedert den Inhalt in drei Abschnitte: die Multipliziertafel, deren Erweiterung und ihre Übertragung auf Rechenstäbe.
Ausgangspunkt seiner Überlegungen ist die Multipliziertafel bis 9 · 9 (*Pythagoras his table*). Zunächst werden deren Eigenschaften beschrieben und ihr Gebrauch erklärt. Sodann stellt er Überlegungen zu deren Erweiterung in den Wertebereichen der Produktfaktoren an (vgl. Ausschnitt links). Moxon errechnet genau die notwendige Anzahl der Seiten (*Pages*) und Bände (*Tomes*) in Abhängigkeit von der Grösse der Produktfaktoren und erweitert diese über jede Grenze der Machbarkeit hinaus bis zur Zahl von ca. $1{,}1 \cdot 10^7$ Bänden. Vor dem Problem der Aufteilung und Beschränkung grosser Multipli-



Extensions	1st.	2d.	3d.
Multiplicand	99.	999.	9999.
Multiplier	99	999	9999.
Cells.	9801.	998001.	99980001.
Pages.	10 $\frac{801}{900}$	1108 $\frac{801}{900}$	111088 $\frac{801}{900}$
Tomes.	0.	1 $\frac{[illegible]}{1000}$	111 $\frac{089}{1000}$

ziertafeln standen nach ihm alle Verleger dieses Rechenhilfsmittels. In seine Betrachtungen bezieht er auch die Anzahl der notwendigen Zehnerüberträge (*collateral addition*) mit ein, die erforderlich sind, wenn ein Produktfaktor aus einstelligen oder mehrstelligen Kopfzahlen der Spalten zusammengesetzt wird. Schliesslich hält er eine Tafel mit den Eingängen 9999 · 9 am zweckmässigsten. Er gibt weiter hinten im Text Vorschläge, wie man diese Tafel als Buch mit 200 oder 400 Seiten binden kann.

Im dritten Abschnitt vergleicht er zunächst die Rechenstäbe mit dem Rechengerät von Samuel Morland 1666. Während letzteres nur von geübten Handwerkern gebaut werden kann und teuer ist, sind die Rechenstäbe einfach herzustellen und billig. Er weist darauf hin, dass die Rechenstäbe nichts anderes darstellen als eine einfache Multipliziertafel, die in senkrechte Streifen geschnitten wird. Die gleiche Transformation nimmt er später mit seiner erweiterten Multipliziertafel vor. Er kommt sodann auf die Darstellung und die Methode des Zehnereübertrags zu sprechen. Nach seiner Meinung verwirren die bisherigen diagonalen Anordnungen und Linien oder andere Zeichen das Auge. Zudem sollte die Anzahl der Zehnerüberträge insgesamt vermindert werden. Seine Wahl fällt auf die Tafel 99 · 9 (Bild 2).



1	2	3	4	5	6	7	8	9
*2	*4	*6	*8	10	12	14	16	18
*3	*6	*9	12	15	18	21	24	27
*4	*8	12	16	20	24	28	32	36
*5	10	15	20	25	30	35	40	45
*6	12	18	24	30	36	42	48	54
*7	14	21	28	35	42	49	56	63
*8	16	24	32	40	48	56	64	72
*9	18	27	36	45	54	63	72	81

34	35	36	37	38	39	40	41	42
*68	*70	*72	*74	*76	*78	*80	*82	*84
102	105	108	111	114	117	120	123	126
136	140	144	148	152	156	160	164	168
170	175	180	185	190	195	200	205	210
204	210	216	222	228	234	240	246	252
238	245	252	259	266	273	280	287	294
272	280	288	296	304	312	320	328	336
306	315	324	333	342	351	360	369	378

Bild 2:Tafel und Rechenstäbe nach Moxon, Ausschnitte

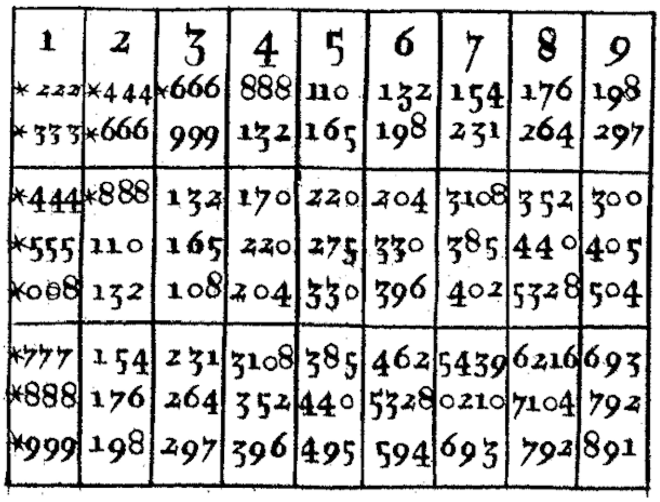
In den Spalten mit zweistelligen Kopfzahlen gibt sie dreistellige Zwischenergebnisse. In Streifen geteilt erhält er damit neunundneunzig Streifen 1 – 99, die, seinen Angaben zufolge, auch in einigen Exemplaren aus Messing gefertigt und gedruckt worden sein sollen. Bemerkenswert ist, dass eine Spalte mit der Kopfzahl 0 fehlt, er hält sie wohl für überflüssig. Ohne Null zu rechnen ist machbar, setzt jedoch Übung voraus. Die Teilergebnisse sind in einer Zeile angeordnet, das Zeichen * soll signalisieren, dass kein Übertrag zur nächsten Spalte links erforderlich wird. Andernfalls muss die linke Ziffer eines jeden Zwischenergebnisses nach links übertragen werden.

35	40	34
	2	38
2	80	
245		
247	82	38

Links das Rechenbeispiel 354034 · 7 mit Hilfe der Stäbe aus Bild 2. Aufgelegt werden die Stäbe 35, 40 und 34. Abgelesen und stellenrichtig addiert werden die Teilprodukte 238, 280 und 245.
Das Ergebnis lautet 354034 · 7 = 2478238

Multipliziereinrichtungen dieser Bauart mit den Teilprodukten in einer Zeile tauchen erst wieder gegen Ende des 19. Jahrhunderts auf.
Moxon will den Gebrauch der Stäbe vereinfachen, indem man sagt, die beiden rechten Ziffern eines Teilprodukts werden abgeschrieben, die linke Ziffer wird zum nächsten Teilprodukt addiert. Er kann diese vereinfachte Anweisung jedoch nicht halten, weil ein Übertrag von rechts die gezeigte Hunderterziffer erhöhen kann. Die Lösung dieses Problems ist späteren Erfindern auch nur teilweise gelungen.

Moxon geht in der Variation der Stäbe noch einen Schritt weiter. Weil in einer Zahl eine Ziffer oder eine Zifferngruppe mehrfach auftreten kann und deshalb mehrere gleiche Sätze von Stäben zur Verfügung stehen müssen untersucht er solche Sonderfälle. Für das Multiplizieren von Zahlen mit mehreren gleichen Ziffern nebeneinander erstellt er ebenfalls Stäbe (Bild 3). Zur Bestimmung des Vielfachen eines Produktfaktors, der nur aus gleichen Ziffern besteht, werden die linke und die rechte Ziffer aus den Stäben abgeschrieben. Zwischen beiden steht die mittlere Ziffer sooft wie sie im mehrstelligen Produktfaktor auftritt ist minus 1.



1	2	3	4	5	6	7	8	9
*222	*444	*666	888	110	132	154	176	198
*333	*666	999	132	165	198	231	264	297
*444	*888	132	170	220	204	3108	352	300
*555	110	165	220	275	330	385	440	405
*008	132	108	204	330	396	402	5328	504
*777	154	231	3108	385	462	5439	6216	693
*888	176	264	352	440	5328	0210	7104	792
*999	198	297	396	495	594	693	792	891

Bild 3:Stäbe für gleiche Ziffern

Ein Rechenbeispiel mit Hilfe der Stäbe aus Bild 3:

555555 · 7 = **3**88888**5**
Die abgelesene Hilfszahl lautet 385, der mehrstellige Produktfaktor enthält 6 mal die Ziffer 5, somit kommt die Ziffer 8 im Ergebnis 5 mal vor.

Ganz seinem Vorbild entsprechend entwirft Moxon auch eine angepasste Hilfstabelle für das Berechnen der Quadrat- und Kubikwurzel (Bild 4).

Sein letzter Vorschlag betrifft das Zusammensetzen von Stäben mit Spalten aus der zu einem Buch gebundenen Produkttafel 9999 · 9. Er bezeichnet dieses Verfahren als vorteilhaft und beruft sich dabei auf eine fast zehnjährige Erfahrung. Es ist dies eine neuartige Methode mit Multiplizierstäben zu rechnen, die ich bisher in keiner anderen historischen Beschreibung finden konnte. Der Verweis auf die mehrjährige Erfahrung lässt darauf schliessen, dass er ebenso wie Neper bereits jahrelang mit seinen Rechenhilfen gearbeitet hat und erst später die Beschreibung verfasste.

S. 1	C.01	0	00	000
*4	*08	*0	*00	*000
*9	*27	*0	*00	*000
16	*64	*0	*00	*000
25	125	*0	*00	*000
36	216	*0	*00	*000
49	343	*0	*00	*000
64	512	*0	*00	*000
81	729	*0	*00	*000

Bild 4: Hilfstabelle Wurzelberechnung

Am Ende seiner Abhandlung gibt Moxon Rechenbeispiele für Multiplikation, Division, Wurzelberechnung und für Rechnungen in englischen nicht dezimalen Massen. Diese Ergänzung über englische Masse ist aus heutiger Sicht für Untersuchungen historischer Rechenhilfen und für Nachrechnungen ebenso wertvoll wie die Beschreibung der Rechenstäbe selbst.

Neper hat mit der Erfindung eines Logarithmensystems und mit den Multiplizierstäben neuartige und effektive Rechenhilfsmittel erarbeitet. Sie wurden in vielfältiger Weise verändert und weiter entwickelt, wenn auch nicht alle Varianten wegweisend geworden sind.[4] Joseph Moxon ist ein gutes Beispiel hierfür. Er gehört zu den ersten, wenn er nicht der erste überhaupt war, der, von der Multipliziertafel ausgehend, die Rechenstäbe analysiert und in Beschriftung und Anwendung grundlegend abändert. Er ist auch ein Beispiel für den Spezialisten des Fachs, der beim Anwender des Hilfsmittels gute Kenntnisse und Übung im Zahlenrechnen voraussetzt und die Ebene der Unkundigen ausser acht lässt. Seine Vorschläge bleiben unbekannt und werden nicht erkennbar übernommen. Sehr viel später erst, gegen Ende des 19. Jahrhunderts, werden einige seiner Ideen neu erfunden.

Juli 2010
http://www.mechrech.info
□

4 Weiss, Stephan: Anmerkungen zur Idee der Logarithmen (März 2010)