Stephan Weiss

Nachtrag zu den Rechenscheiben von Grüson

2. Nachtrag 20. Februar 2012

1. Nachtrag 22. Juli 2011

Nach Fertigstellung der beiden Artikel werden hier ergänzende Informationen zu den Rechenscheiben von Grüson zusammengestellt.

Der Nachbau der Rechenscheibe

Die Vorstellung der rekonstruierten Rechenscheibe wird in einem Video bei youtube gezeigt:
http://www.youtube.com/watch?v=r-8jy3UF1Qo

Ein Nachbau der Rechenscheibe mit kurzer Erklärung wird von der Tourist-Information und einigen Museen in Magdeburg angeboten:

Die Tourist-Info hat schnell geliefert, das Kulturhistorische Museum Magdeburg hat auf meine Anfrage nicht geantwortet.

Der Preis der Scheibe

Der Mechaniker Gütle in Nürnberg bietet Ende des 18. Jahrhunderts die Scheibe zum Verkauf an. Der Preis beträgt zunächst einen Taler, später einen Taler und zwei Groschen, das sind auf heute gerechnet um 50 bis 80 Euro.
Mehr dazu in meinem Aufsatz
„Rechengeräte im Angebot bei Johann Conrad Gütle 1792“,
erhältlich unter http://www.mechrech.info/publikat

Zu Leben und Werk von Johann Philipp Grüson

Schriften zum Thema sind u. a.

Karl Manteuffel:
Die Gruson‘sche Rechenscheibe. In: Mitteldeutsche Mitteilungen, Heft 1/2011, S. 56f.
http://www.vdi.de/fileadmin/vdi_de/redakteur/bvs/bv_magdeburg_bilder/MM%201%202011%20Gie%DFtechnik%20im%20Motorenbau.pdf

und

Karl Manteuffel:
Johann Philipp Gruson, Magdeburgs vergessener Mathematiker. In: Sammelband zur Reihe der "Mathematische Blick" (Artikelserie der Volksstimme), Tl. 10, hrsgg. zum Wissenschaftsjahr Mathematik 2008
http://www.fma.ovgu.de/fma_media/matheblick-p-46.pdf

►Anmerkung: das darin genannte Werk von Grüson „Verbesserung der Neperschen Rechenstäbe“ (1792) ist nirgendwo nachweisbar.[1] Es gibt jedoch die
„Beschreibung **zweier** neu erfundener Rechenstäbe“
in Klewiz: Beschreibung der Grüsonschen Rechenmaschine, (1792).
Gemeint sind darin die zwei Stäbe für Addition und Subtraktion. Wahr-

1 S. z.B. Poggendorff 1863 oder Gelehrtes Berlin im Jahre 1845

scheinlich handelt es sich um eine Verwechslung.

Die Theorie der Rechenscheibe

Im Faltblatt zur Rechenscheibe ist auf der letzten Seite vermerkt

> „Die Nutzung der Sektoren 2 bis 8 der Scheibe basiert auf Grundlagen, die Gruson empirisch erarbeitet hatte, die exakte Theorie veröffentlichte C. F. Gauss etwa ein Jahrzehnt später...“

Den Inhalt dieser Grundlagen hat mir Herr Dr.Ing. H.-G. Becker auf meine Nachfrage freundlicherweise erläutert. Ich bediene mich, geringfügig verändert, seiner Worte:

Wir betrachten als Beispiel den Sektor 5. Der äussere Rand enthält die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4. In den dazugehörigen Spalten stehen die Vielfachen von 5, die bei Division durch 5 die Reste 0, 1, 2, 3, 4 ergeben; d.h. in der Spalte 3 stehen die Zahlen 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48. Diese Zahlen bezeichnet man als *zueinander kongruent bezüglich des Moduls 5.* Ein Beispiel: 33 ist kongruent 13 modulo 5. Das bedeutet 33 und 13 ergeben bei Division durch 5 beide den Rest 3. Darüber hinaus ist 33 – 13 ohne Rest durch 5 teilbar. Es gilt: Die Differenz zweier Zahlen derselben Restklasse ist durch den Modul ohne Rest teilbar. Bei der Division der Zahlen der Spalte 3 durch 5 ergibt sich eine eindeutige Zuordnung zu dieser Restklasse 3. Bei der Division der Zahl 41 durch 5 wird die Restklasse 1 zugeordnet , denn 41 : 5 = 8 Rest 1 . Diese Restklasse ergibt sich auch, wenn 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46 durch 5 dividiert werden. Gruson hat auf empirischem Weg eine Tafel für alle möglichen Quotienten und Reste gefunden.
Die Theorie der Kongruenzen wurde ausführlich von C.F. Gauß (177 – 1855) in seinem 1801 erschienenen Werk *Disquisitiones arithitmeticae* dargestellt und damit die Richtigkeit der empirischen Ermittlungen von J. P. Gruson bewiesen.
(Erläuterung v. Dr. Becker Ende)

Was die Anordnung der Zahlen in den Sektoren betrifft ist diese Erklärung richtig. Grüsons Ausgangspunkt ist jedoch ein anderer.
Grüson will eine Multiplizierhilfe bauen. Dazu steht er vor zwei Problemen: die möglichst einfache Ermittlung der Teilprodukte 1 x 1 bis 9 x 9 und der Zehnerübertrag bei der Addition zweier Teilprodukte. Er löst diese Probleme dergestalt, dass er in einem Sektor, nehmen wir beispielhaft wie oben wieder den Sektor 5, in die erste radiale Zeile, mit 0

markiert, die Teilprodukte 1 x 5 = 5 bis 9 x 5 = 45 schreibt. In der nächsten Zeile, mit 1 markiert, stehen eben diese Produkte, vermehrt um 1. In der nächsten Zeile, markiert mit 2, stehen die gleichen Teilprodukte, vermehrt um 2, und so weiter. Der Zweck der zusätzlichen Additionen liegt darin, dass der Benutzer der Scheibe vom vorhergehenden Teilprodukt nur die Einerziffer niederschreibt, mit dem Weiser die Zeile mit der Zehnerziffer aufsucht und sofort das neue Teilprodukt plus Zehnerübertrag ablesen kann.
Anders ausgedrückt: betrachtet man eine beliebige Zahl im Sektor und stellt den Weiser neben sie, dann ist diese das Produkt aus der Zahl des Sektors multipliziert mit der benachbarten Zahl auf dem Weiser, hinzuaddiert die Zahl am äusseren Rand der Zeile. Genau diese Konstellation lässt sich auch anders interpretieren und für die Division verwenden. Eine Zahl im Sektor, dividiert durch die Zahl des Sektors ergibt als Ergebnis die zugehörige Zahl auf dem Weiser plus die Zahl am äusseren Rand der Zeile als Rest.
Festgehalten werden muss, dass Grüson von der Multiplikation ausgeht. Die Anordnung der Zahlen unterliegt einer einfachen Gesetzmässigkeit. Sie sind so angeordnet, dass die Scheibe eine Auswahl jedes Teilprodukts plus Übertrag ermöglicht. Daraus ergibt sich automatisch die oben beschriebene Aufteilung in Restklassen. Grüson hat auf diesem Weg eine Tafel für alle möglichen Quotienten und Reste erhalten, aber er hat die Tafel nach meiner Meinung sicher nicht von vorne herein gesucht und schon gar nicht durch empirische Ermittlungen, soll heissen Probieren.
Ein Vergleich sei erlaubt. Eine Mutter lässt ihr zehnjähriges Kind von 1 bis 100 zählen. Kann sie dann auch stolz darauf sein, dass ihr Kind die ersten 25 Primzahlen in aufsteigender Ordnung aufsagen kann?

□